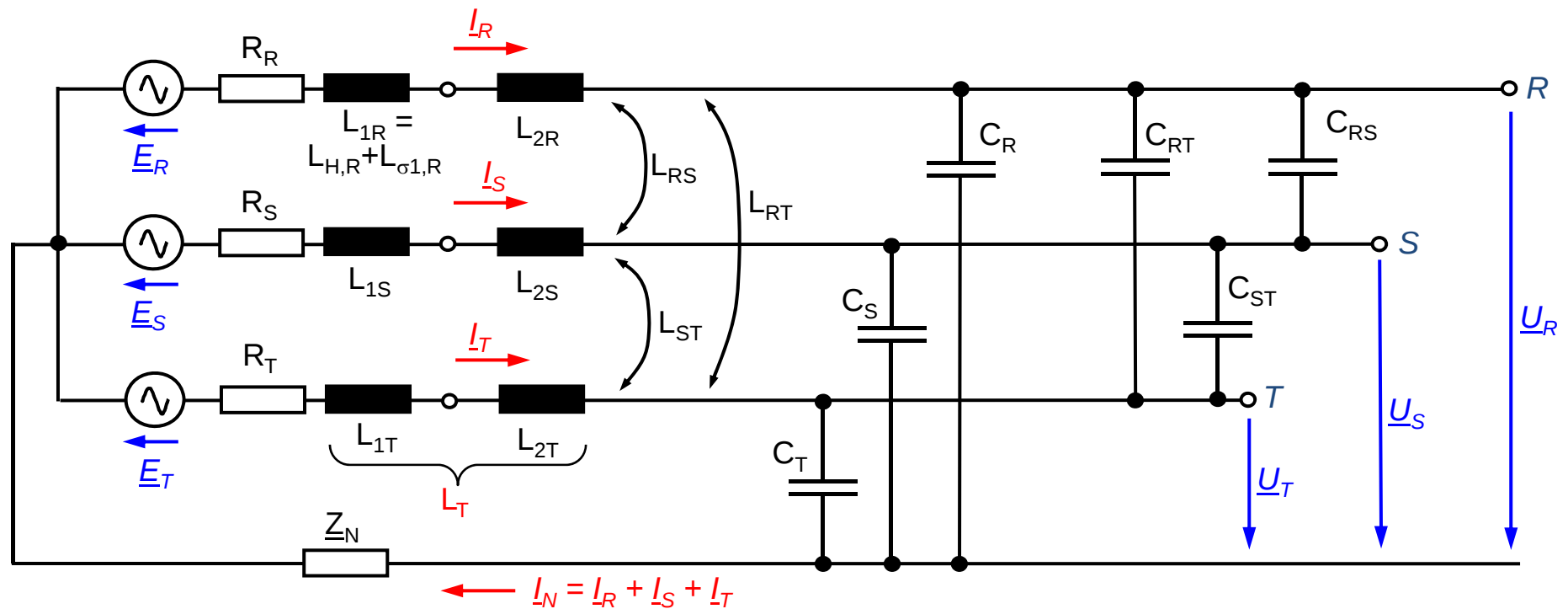


Symmetrische Komponenten

Dreiphasensysteme = drei kapazitiv und magnetisch gekoppelte Netzwerke



Entkopplung des Dreiphasensystems

Anwendung der Methoden der linearen Algebra:

- Diagonalisierung der Matrix
- Entkopplung des dreiphasigen Systems

⇒ **Dadurch wird die einphasige Darstellung des Dreiphasensystems erst möglich**

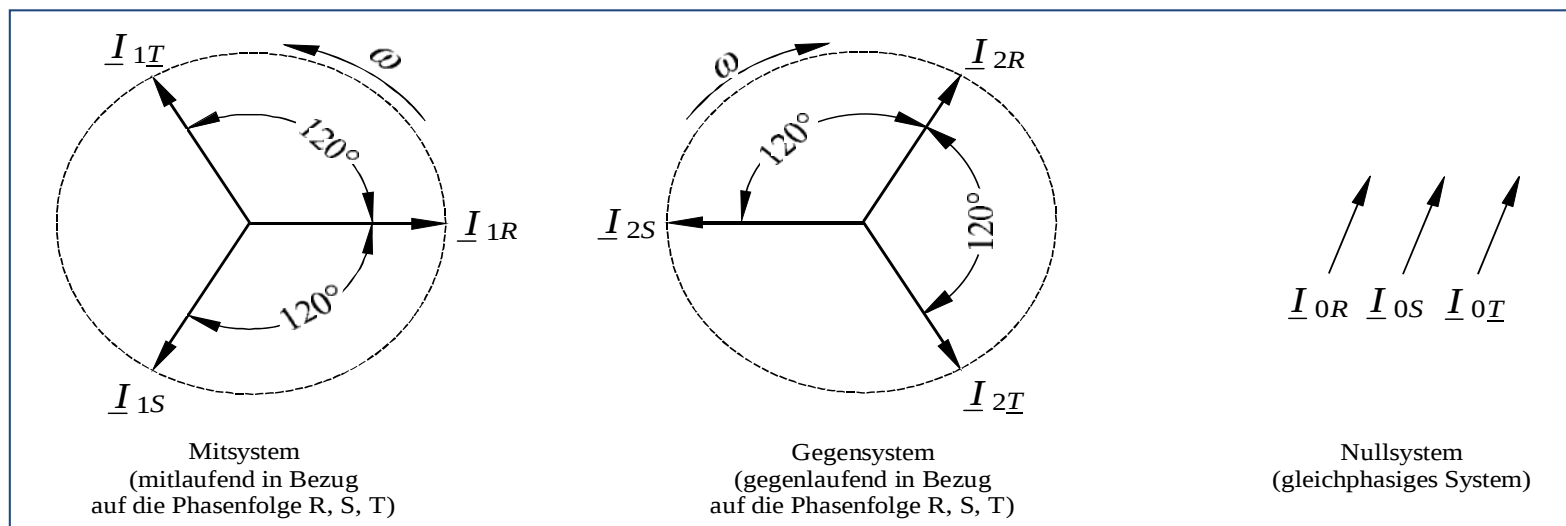
Entkopplung des Dreiphasensystems:

- Mathematische Deutung: Diagonalisierung der Impedanzmatrix
- Physikalische Deutung: Unsymmetrisches Dreiphasensystem ist darstellbar durch die Überlagerung
 - eines linksdrehenden Dreiphasensystems,
 - eines rechtsdrehenden Dreiphasensystems und
 - eines sogenannten Nullsystems

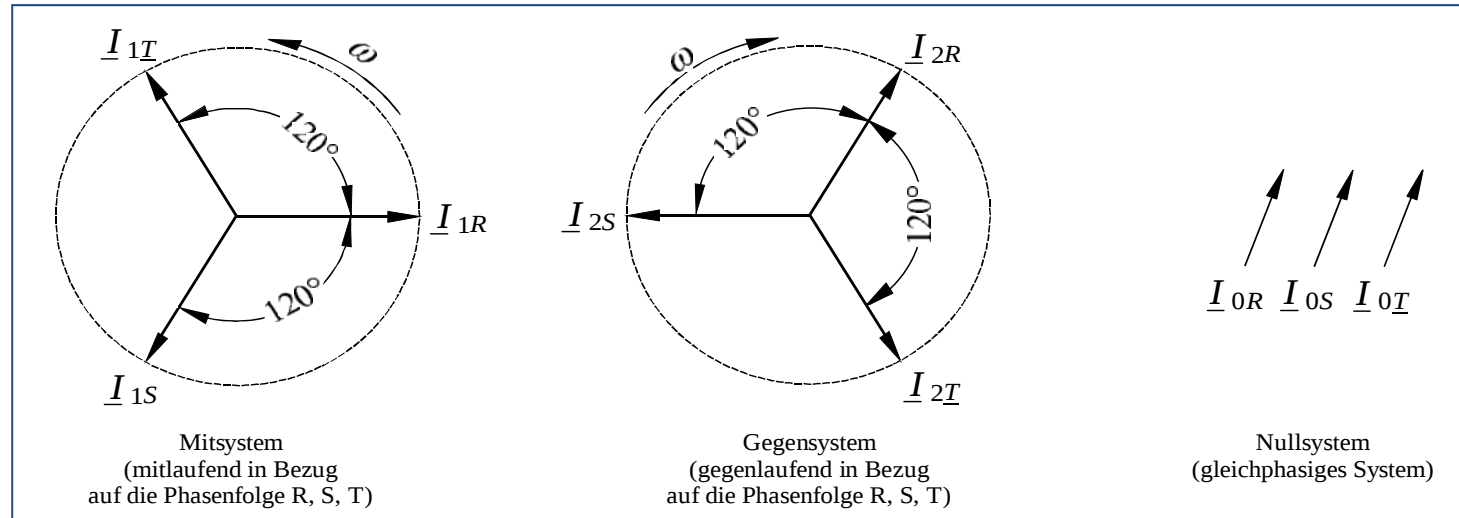
Physikalische Interpretation der symmetrischen Komponenten (I)

Unsymmetrisches dreiphasiges System besteht aus der Überlagerung von 3 Systemen:

- Ein symmetrisches System mit **derselben Umlaufrichtung** wie das unsymmetrische RST-System (**Mitsystem, Index 1**)
- Ein symmetrisches System mit der **entgegengesetzten Umlaufrichtung** wie das unsymmetrische RST-System (**Gegensystem, Index 2**)
- Ein System, bei dem alle drei Phasen dieselbe Phasenlage haben (**Nullsystem, Index 0**)



Physikalische Interpretation der symmetrischen Komponenten (II)



$$I_R = I_{1R} + I_{2R} + I_{0R}$$

$$I_S = I_{1S} + I_{2S} + I_{0S}$$

$$I_T = I_{1T} + I_{2T} + I_{0T}$$

Mitsystem:

$$I_{1R}$$

$$I_{1S} = \underline{a}^2 \cdot I_{1R}$$

$$I_{1T} = \underline{a} \cdot I_{1R}$$

$$\underline{a} = e^{j120^\circ}$$

Gegensystem:

$$I_{2R}$$

$$I_{2S} = \underline{a} \cdot I_{2R}$$

$$I_{2T} = \underline{a}^2 \cdot I_{2R}$$

$$\underline{a}^2 = e^{j240^\circ}$$

$$I_R = I_{1R} + I_{2R} + I_{0R} = I_0 + I_{1R} + I_{2R}$$

$$I_S = I_{1S} + I_{2S} + I_{0S} = I_0 + \underline{a}^2 I_{1R} + \underline{a} I_{2R}$$

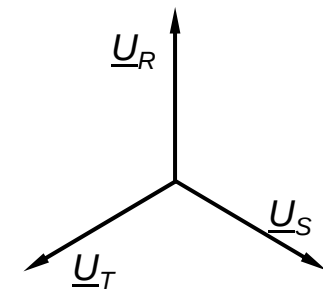
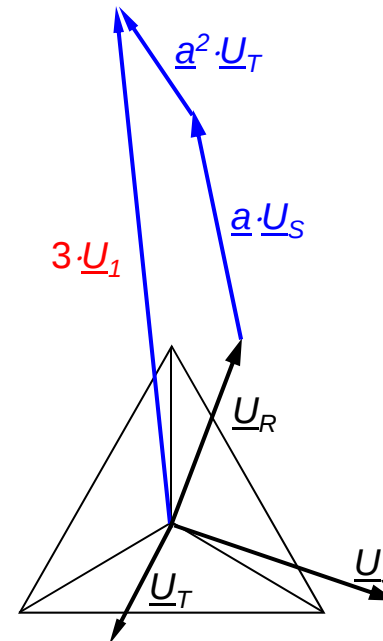
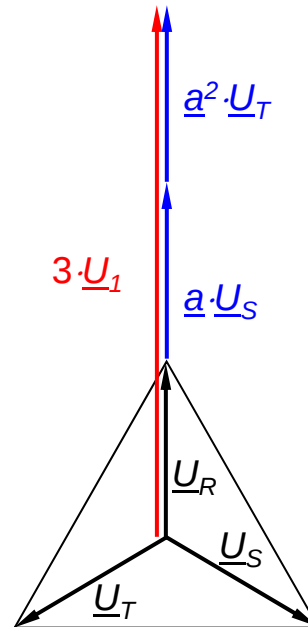
$$I_T = I_{1T} + I_{2T} + I_{0T} = I_0 + \underline{a} I_{1R} + \underline{a}^2 I_{2R}$$

**Man betrachtet nur einen Zeiger in den 3 Teilsystemen des 012-Systems:
die Phase R**

Physikalische Interpretation der symmetrischen Komponenten (III)

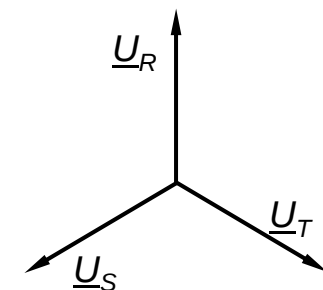
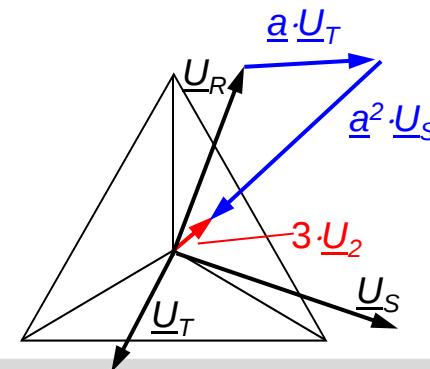
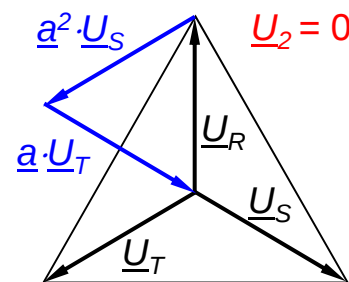
Mitsystem:

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_R + \underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T)$$



Gegensystem:

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T)$$



Physikalische Interpretation der symmetrischen Komponenten (IV)

$$\underline{l}_R = \underline{l}_{1R} + \underline{l}_{2R} + \underline{l}_{0R} = \underline{l}_0 + \underline{l}_{1R} + \underline{l}_{2R}$$

$$\underline{l}_S = \underline{l}_{1S} + \underline{l}_{2S} + \underline{l}_{0S} = \underline{l}_0 + \underline{a}^2 \underline{l}_{1R} + \underline{a} \underline{l}_{2R}$$

$$\underline{l}_T = \underline{l}_{1T} + \underline{l}_{2T} + \underline{l}_{0T} = \underline{l}_0 + \underline{a} \underline{l}_{1R} + \underline{a}^2 \underline{l}_{2R}$$

Umgekehrt gilt

$$\begin{pmatrix} \underline{l}_0 \\ \underline{l}_1 \\ \underline{l}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{l}_R \\ \underline{l}_S \\ \underline{l}_T \end{pmatrix}$$

$$\underline{l}_{012} = \underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{l}_{RST}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{l}_R \\ \underline{l}_S \\ \underline{l}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{l}_0 \\ \underline{l}_{1R} \\ \underline{l}_{2R} \end{pmatrix}$$

oder

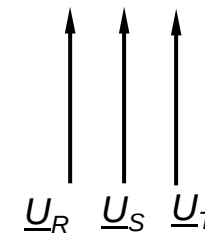
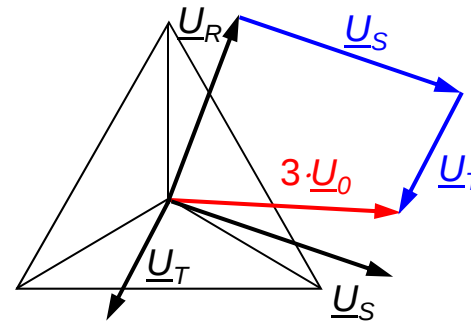
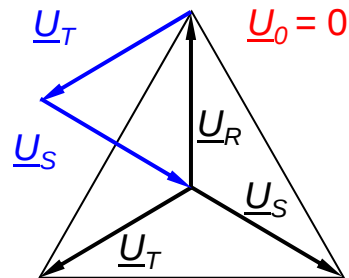
$$\begin{pmatrix} \underline{l}_R \\ \underline{l}_S \\ \underline{l}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{l}_0 \\ \underline{l}_1 \\ \underline{l}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{l}_0 \\ \underline{l}_1 \\ \underline{l}_2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{l}_{RST} = \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{l}_{012}$$

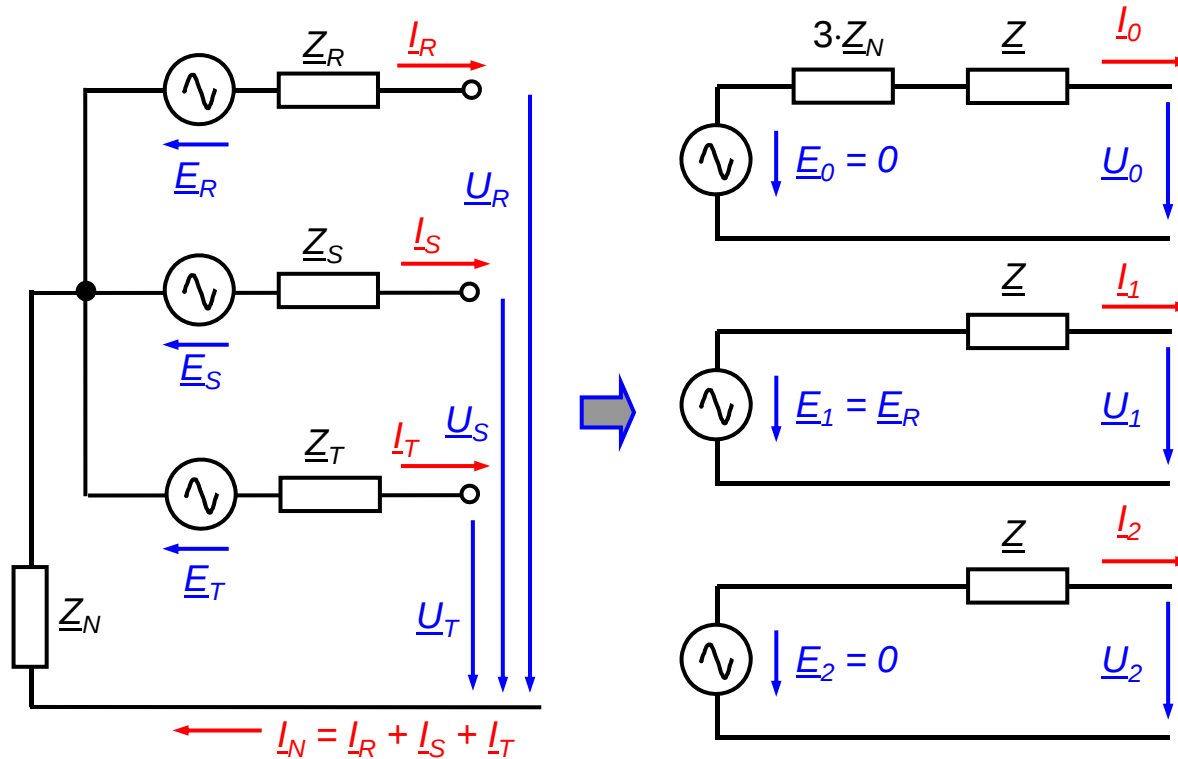
Physikalische Interpretation der symmetrischen Komponenten (V)

Nullsystem:

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T)$$



Spannungsquelle mit Innenwiderstand



$$\underline{Z}_R = \underline{Z}_S = \underline{Z}_T = \underline{Z}$$

$$\underline{E}_R = \underline{E}_S = \underline{E}_T = \underline{E}$$

$$M = 0:$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}_0 \\ \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} (R + j\omega L) + 3\underline{Z}_N & 0 & 0 \\ 0 & R + j\omega L & 0 \\ 0 & 0 & R + j\omega L \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

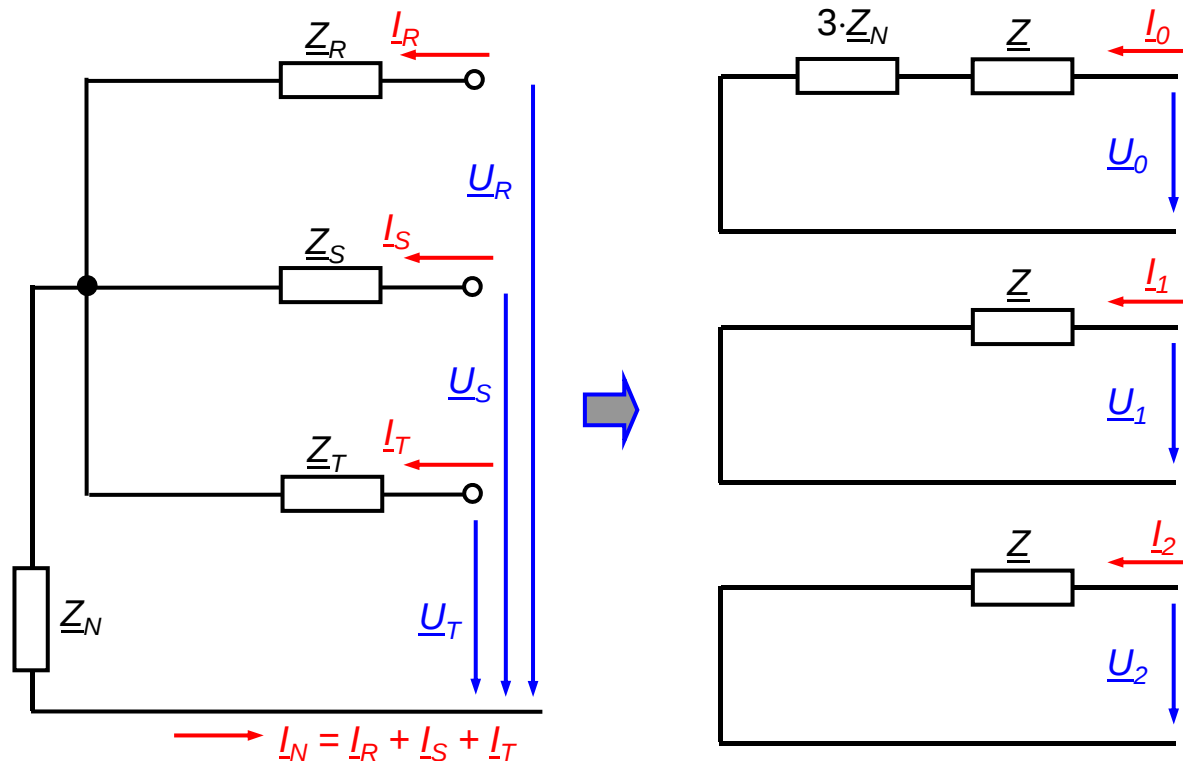
$$\begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}_0 \\ \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \underline{Z} + 3\underline{Z}_N & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{mit } \underline{E}_{012} = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{E}_0 \\ \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{E}_R \\ \underline{E}_S \\ \underline{E}_T \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{E}_R \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_R \\ \underline{a} \cdot \underline{E}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{E}_R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Symmetrie der Quellen $\underline{E}_{RST}$ und symmetrische Verbraucher:
Quelle nur im Mitsystem, Nullsystem und Gegensystem spielen keine Rolle

Symmetrischer Verbraucher in Sternschaltung

Ersatzschaltung folgt sofort aus vorheriger Betrachtung, wenn $\underline{E} = 0$ gesetzt wird:

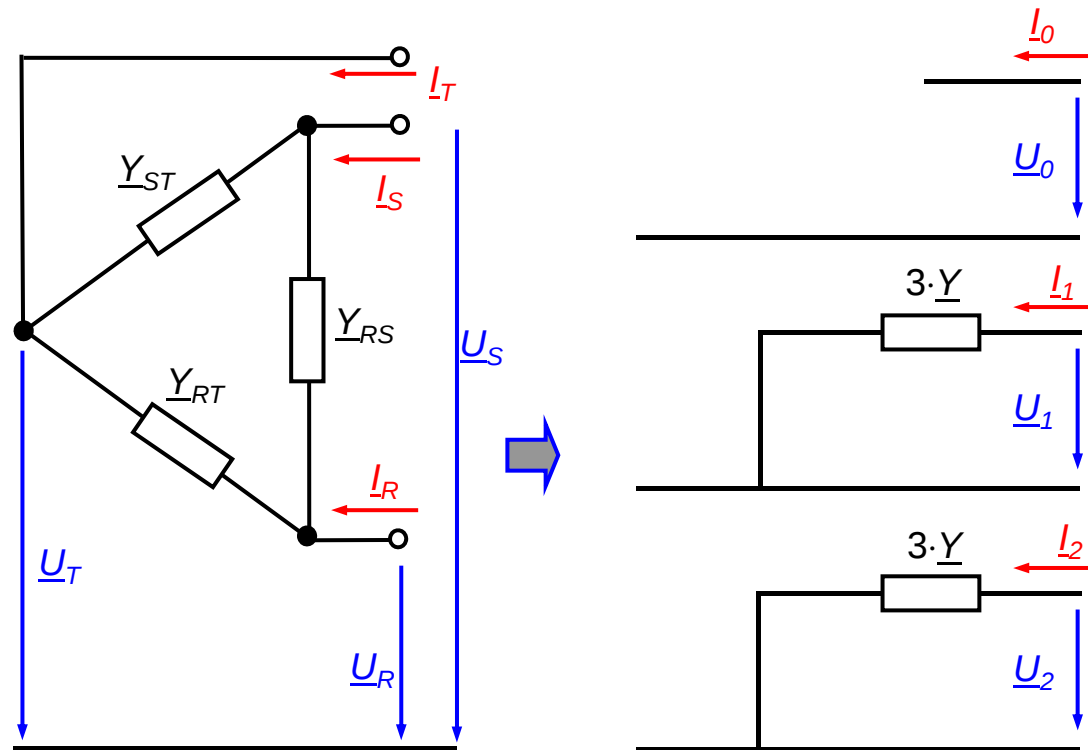


$$\underline{Z}_R = \underline{Z}_S = \underline{Z}_T = \underline{Z}$$

$$\underline{E}_R = \underline{E}_S = \underline{E}_T = \underline{E} = 0$$

Vollständige Symmetrie: $\underline{Z}_N$ ist unwirksam!

Symmetrischer Verbraucher in Dreieckschaltung



$$\underline{Y}_{RS} = \underline{Y}_{RT} = \underline{Y}_{ST} = \underline{Y}$$

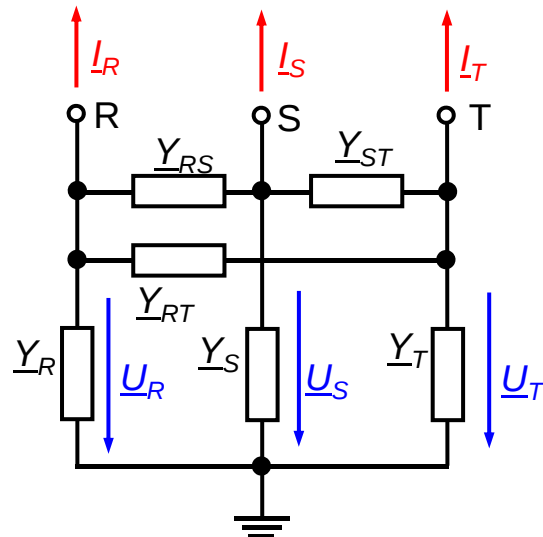
$$\underline{I}_{RST} = \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{U}_{RST}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\underline{Y} & -\underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & 2\underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & -\underline{Y} & 2\underline{Y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix}$$

(aus Knotenadmittanzmatrix, KAM)

$$\underline{Y}_{012} = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{C} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\underline{Y} & -\underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & 2\underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & -\underline{Y} & 2\underline{Y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\underline{Y} & 0 \\ 0 & 0 & 3\underline{Y} \end{pmatrix}$$

Allgemeiner Drehstromknoten



$$\underline{I}_{RST} = \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{U}_{RST}$$

(aus Knotenadmittanzmatrix, KAM)

$$\begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(Y_R + Y_{RS} + Y_{RT}) & Y_{RS} & Y_{RT} \\ Y_{RS} & -(Y_S + Y_{ST} + Y_{RS}) & Y_{ST} \\ Y_{RT} & Y_{ST} & -(Y_T + Y_{ST} + Y_{RT}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{pmatrix}$$

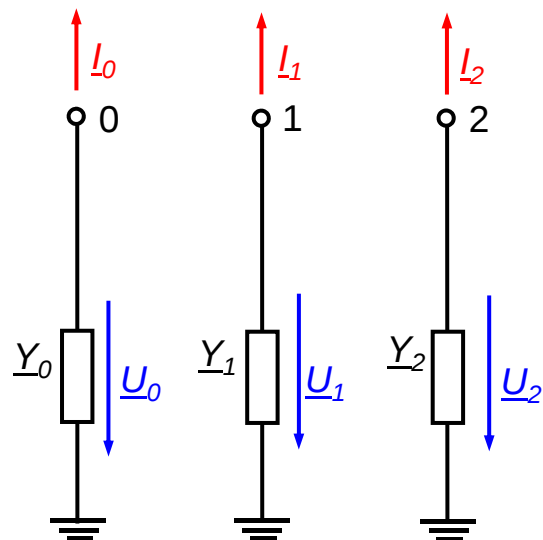
Mit $\underline{Y}_{RS} = \underline{Y}_{RT} = \underline{Y}_{ST} = \underline{Y}_K$ $\underline{Y}_R = \underline{Y}_S = \underline{Y}_T = \underline{Y}_E$

$$\begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(Y_E + 2 \cdot Y_K) & Y_K & Y_K \\ Y_K & -(Y_E + 2 \cdot Y_K) & Y_K \\ Y_K & Y_K & -(Y_E + 2 \cdot Y_K) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{pmatrix}$$

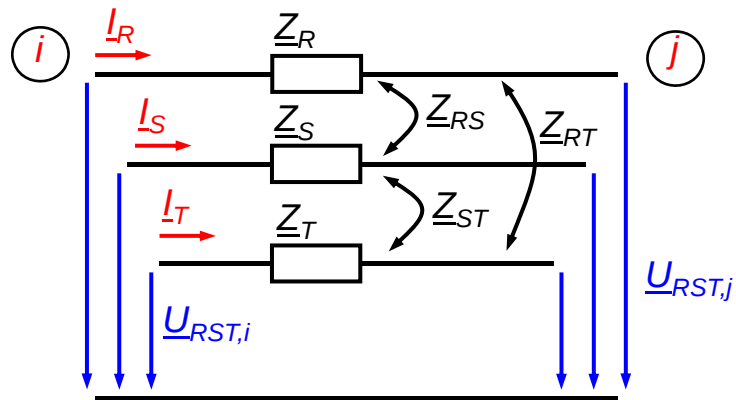
$$\underline{Y}_{012} = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{C}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(Y_E + 2 \cdot Y_K) & Y_K & Y_K \\ Y_K & -(Y_E + 2 \cdot Y_K) & Y_K \\ Y_K & Y_K & -(Y_E + 2 \cdot Y_K) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -Y_E & 0 & 0 \\ 0 & -(Y_E + 3 \cdot Y_K) & 0 \\ 0 & 0 & -(Y_E + 3 \cdot Y_K) \end{pmatrix}$$



Symmetrische Leitung (I)

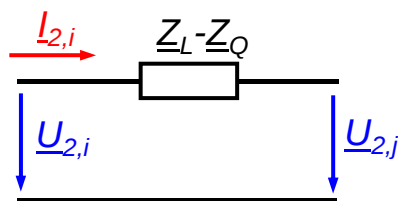
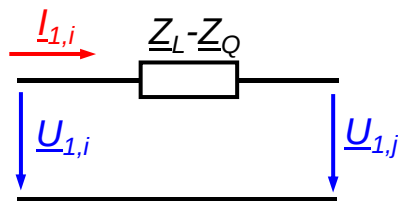
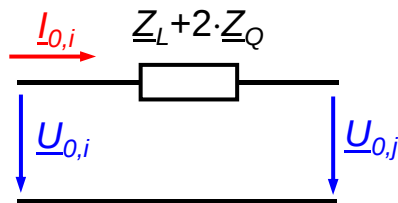


$$\begin{pmatrix} \underline{U}_{R,i} \\ \underline{U}_{S,i} \\ \underline{U}_{T,i} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \underline{U}_{R,j} \\ \underline{U}_{S,j} \\ \underline{U}_{T,j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_R & \underline{Z}_{RS} & \underline{Z}_{RT} \\ \underline{Z}_{RS} & \underline{Z}_S & \underline{Z}_{ST} \\ \underline{Z}_{RT} & \underline{Z}_{ST} & \underline{Z}_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_{R,i} \\ \underline{I}_{S,i} \\ \underline{I}_{T,i} \end{pmatrix}$$

oder $\underline{U}_{RST,i} - \underline{U}_{RST,j} = \underline{Z}_{RST} \cdot \underline{I}_{RST,i}$

mit $\underline{Z}_L = \underline{Z}_R = \underline{Z}_S = \underline{Z}_T = R + j\omega L$

und $\underline{Z}_Q = \underline{Z}_{RT} = \underline{Z}_{RS} = \underline{Z}_{ST} = j\omega M$



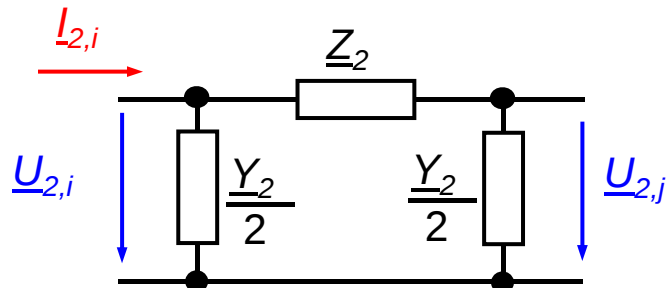
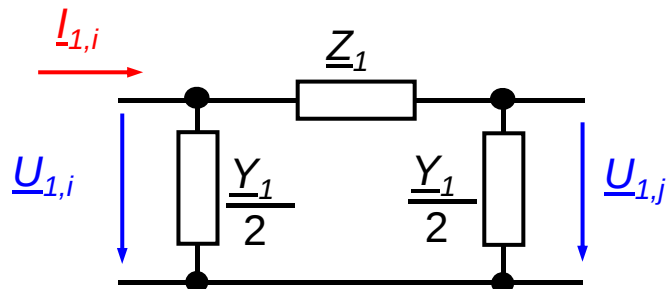
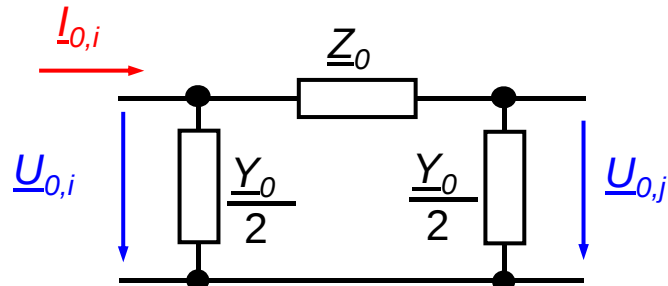
$$\underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{012,i} - \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{012,j} = \underline{\mathbf{Z}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{012,i}$$

Linksseitige Multiplikation mit $\underline{\mathbf{C}}^{-1}$

$$\underline{\mathbf{U}}_{012,i} - \underline{\mathbf{U}}_{012,j} = (\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{C}}) \cdot \underline{\mathbf{I}}_{012,i} = (\underline{\mathbf{Z}}_{012}) \cdot \underline{\mathbf{I}}_{012,i}$$

mit $\underline{\mathbf{Z}}_{012} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_L + 2\underline{Z}_Q & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_L - \underline{Z}_Q & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_L - \underline{Z}_Q \end{pmatrix}$

Symmetrische Leitung (II)



Querbeläge der Leitung: Ableitung aus dem allgemeinen Drehstromknoten

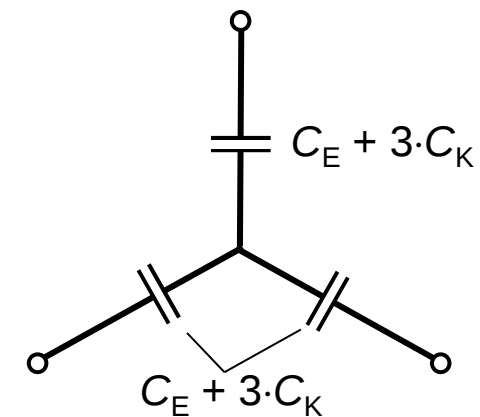
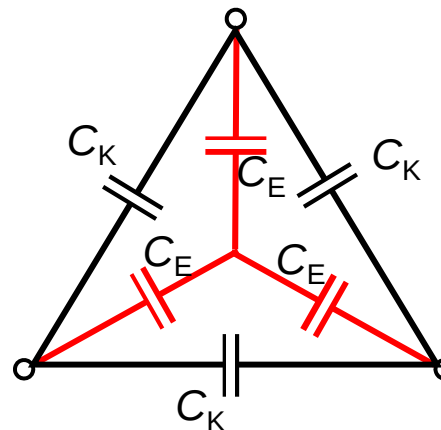
$$\underline{Y}_0 = \underline{Y}_E$$

$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_L + 2 \cdot \underline{Z}_Q$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_E + 3 \cdot \underline{Y}_K$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_L - \underline{Z}_Q$$

Zum Vergleich: symmetrische Verhältnisse, Mitsystem



$$\underline{Y}_0 = \underline{Y}_E = j\omega C_E$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_E + 3 \cdot \underline{Y}_K = j\omega(C_E + 3C_K)$$

Synchrongeneratoren: Mitsystem

Mit- und Gegenreaktanzen sind unterschiedlich

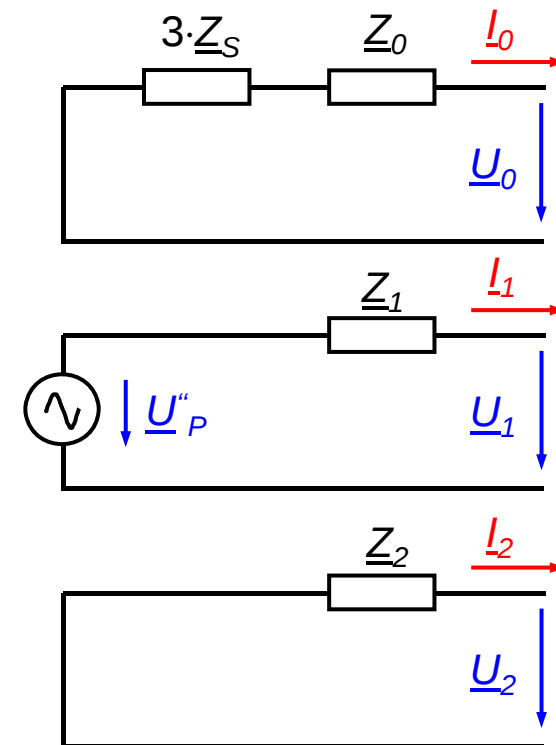
Mitsystem:

Mitsystem und Polrad laufen synchron um $\Rightarrow$ quasi konstanter magnetischer Leitwert (Turbogenerator)

Ersatzreaktanzen des Mitsystems:

- Anfangsreaktanz (subtransiente Reaktanz) X''_d
- Übergangsreaktanz (transiente Reaktanz) X'_d
- Ankerreaktanz (synchrone Reaktanz) X_d

$$\underline{Z}_1 = \begin{cases} j \cdot X''_d & \text{für } 0 \leq t < 3 \cdot T''_d \\ j \cdot X'_d & \text{für } 3 \cdot T''_d \leq t < 3 \cdot T'_d \\ j \cdot X_d & \text{für } t > 3 \cdot T'_d \end{cases}$$



Synchrongeneratoren: Gegensystem

Gegensystem:

Das Magnetfeld der Statorströme des Gegensystems läuft relativ zu Magnetfeld des Läufers mit der doppelten Frequenz (100 Hz) um

⇒ dadurch Induktion von Strömen, die ihrer Ursache entgegenwirken

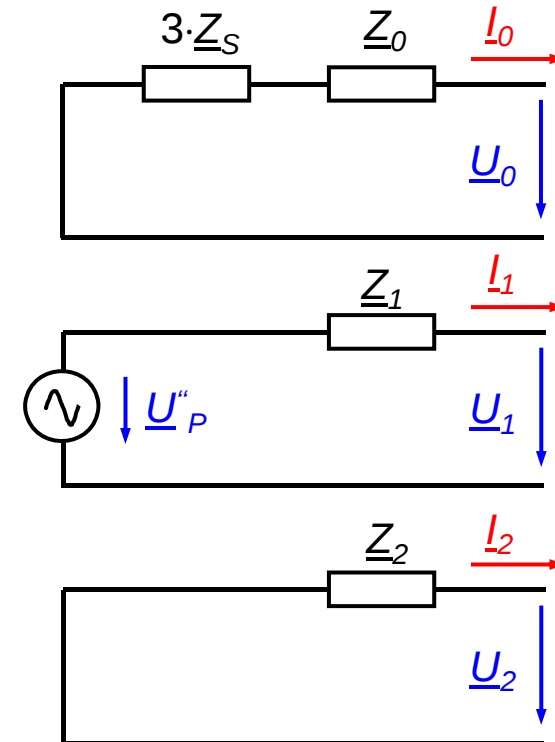
⇒ Das Magnetfeld der Statorströme des Gegensystems dringt kaum ins Eisen ein

⇒ Die für das Gegensystem relevante Reaktanz ist sehr gering, etwa X''_d entsprechend

Maschinen mit ausgeprägten Polen:

Reaktanz schwankt zwischen X''_d und X''_q

$$\underline{Z}_2 = \begin{cases} j \frac{X''_d + X''_q}{2} & \text{für Schenkelpolgeneratoren} \\ j X''_d & \text{für Turbogeneratoren} \end{cases}$$



Synchrongeneratoren: Nullsystem

Nullsystem:

Wenn 3 räumlich um 120° versetzte Spulengruppen von einem Wechselstrom durchflossen werden, so ist das resultierende Magnetfeld $\equiv 0$ (Theorie)

In der Praxis:

bauliche Unsymmetrien haben ein geringes Restfeld zur Folge

$$\underline{Z}_0 = j \left(\frac{1}{6} \dots \frac{1}{3} \right) \cdot X_d''$$

$\underline{Z}_S$ ist eine evtl. vorhandene Sternpunktimpedanz

Treibende Spannung im Mitsystem:

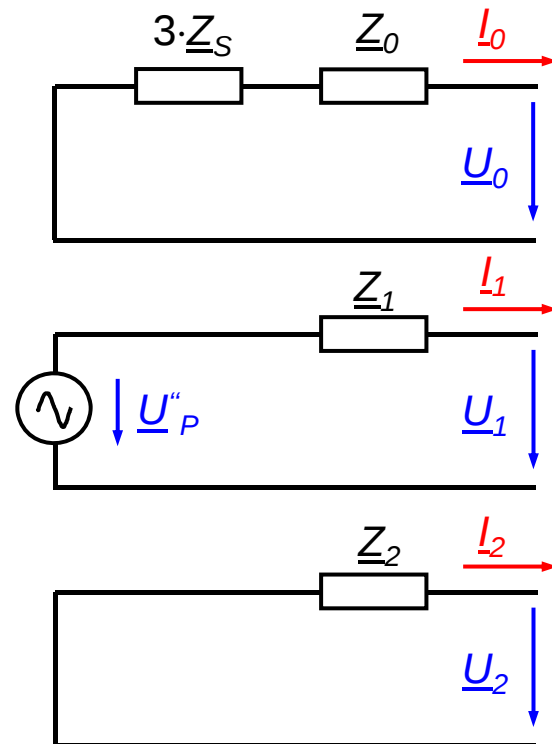
$$U_P'' = 1,1 \cdot \frac{U}{\sqrt{3}}$$

KS generatorfern

U = Betriebsspannung des Netzes

KS generatornah

Siehe Kapitel 6 (generatornaher Kurzschluß)



Mitsystem und Gegensystem:

Transformator ist eine passive Schaltung $\Rightarrow$ Ersatzschaltung im Mitsystem und im Gegensystem sind identisch

Anschaulich:

Transformator wirkt identisch für ein rechtsdrehendes oder linksdrehendes System

$\Rightarrow$ Ersatzschaltbilder für Transformatoren wie bereits abgeleitet.
meist genügt Kurzschlußimpedanz

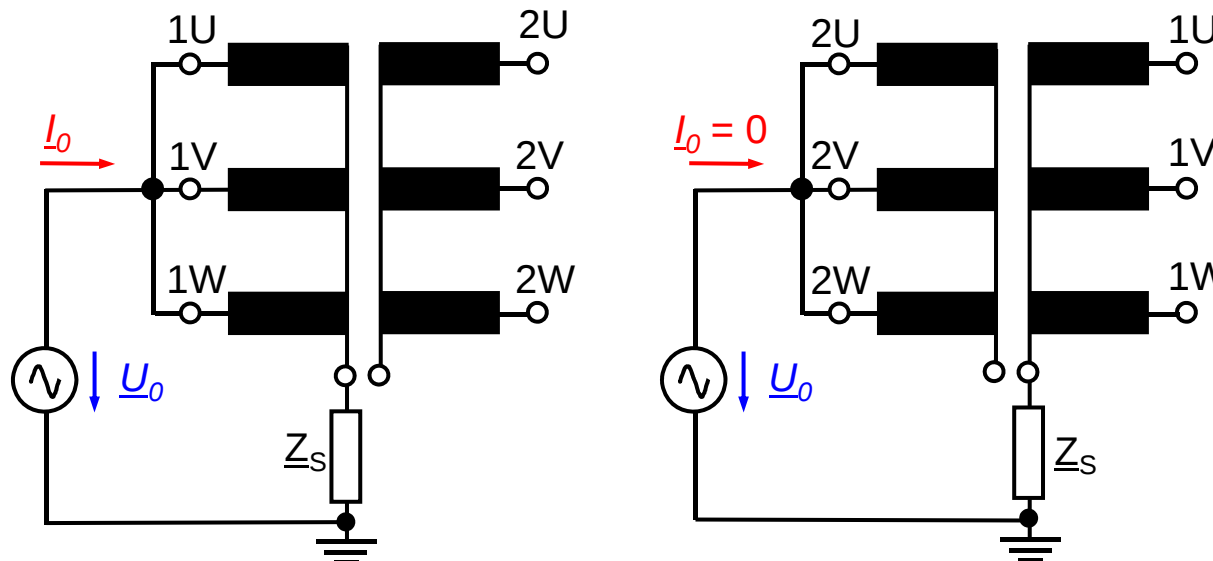
Nullsystem:

Nullsystem muß bei Drehstromtransformatoren sehr sorgfältig untersucht werden

Drehstromtransformatoren: Nullsystem (I)

Ersatzschaltung im Nullsystem hängt von der Schaltgruppe des Transformators und der Sternpunktbehandlung ab

Zweiwicklungstransformator in Stern-Stern-Schaltung:



$$\underline{Z}_{01} = \frac{U_0}{\frac{1}{3} \cdot I_0} = 3 \frac{U_0}{I_0} = 3 \left(\frac{\underline{Z}_0}{3} + \underline{Z}_S \right) = \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_S \quad \underline{Z}_{02} = \infty$$

(Nullimpedanz pro Phase)

Bezogene Nullimpedanz:

auf OS: $U_N = U_{1N}$, $I_N = I_{1N}$

auf US: $U_N = U_{2N}$, $I_N = I_{2N}$

$$\underline{z}_0 = \underline{Z}_0 \frac{I_N}{U_N} \cdot 100$$

Üblicherweise:

Ohmscher Anteil kann vernachlässigt werden

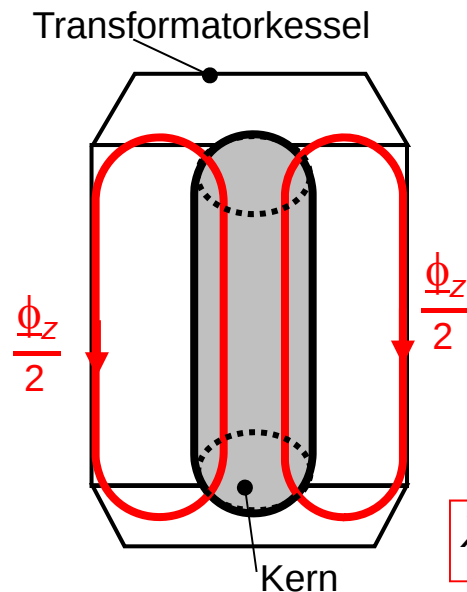
$$\underline{Z}_0 \approx j \cdot X_0$$

Drehstromtransformatoren: Nullsystem (II)

Messung der Nullimpedanz: Gleichgerichteter magnetischer Fluß in allen 3 Schenkeln

Dreischenkelkerne:

Magnetischer Fluß muß sich über Ölstrecken schließen



$$X_{0,YY3} = (3 \dots 15) \cdot X_1$$

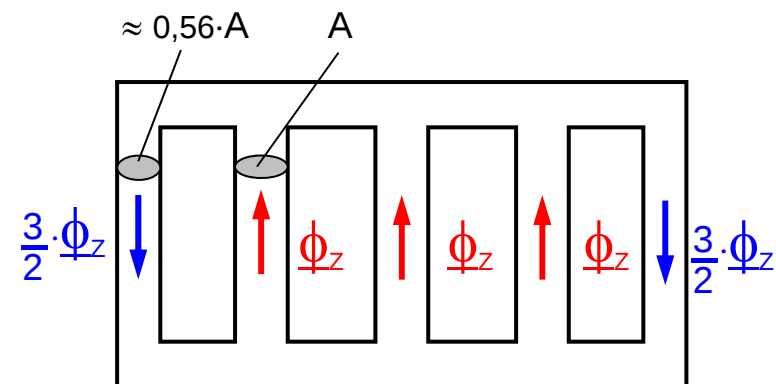
$$\underline{U}_0 = \text{const.} \cdot \underline{\phi}_0 = \text{const.} \cdot L \cdot \underline{I}_0$$

$$\text{d.h. mit } R \ll X_0: \quad \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0} = X_0 = \text{const.} \cdot L$$

Fünfschenkelkerne:

Magnetischer Fluß in den 3 Schenkeln kann sich über die Rückschlußjoche schließen

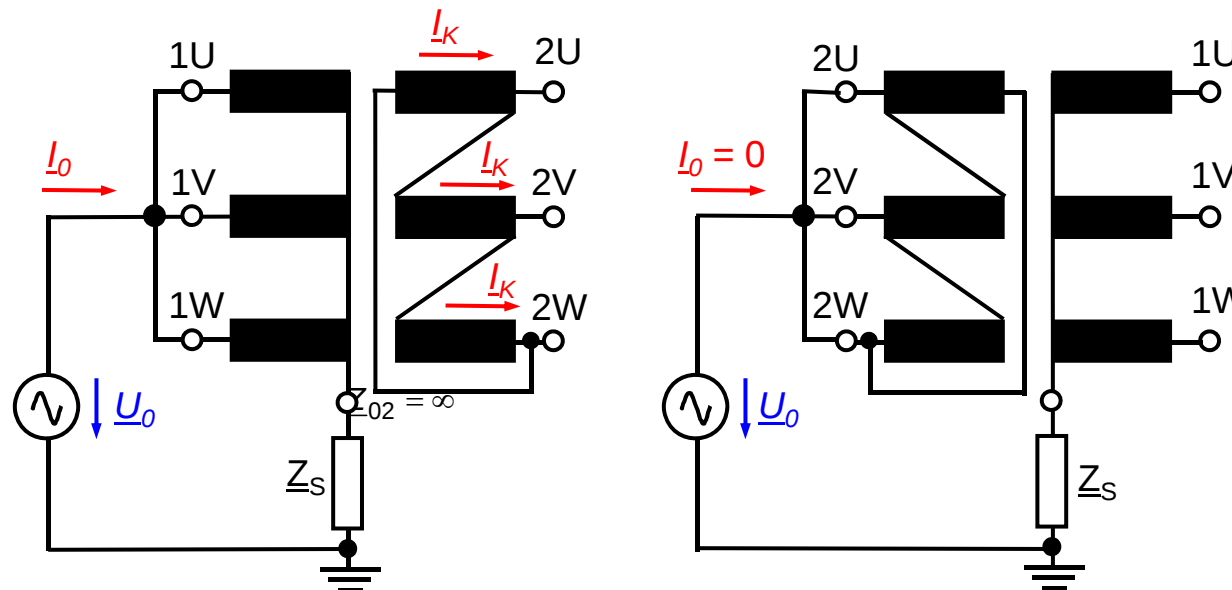
⇒ Induktivität höher als bei Dreischenkelkern und damit auch Nullreaktanz



$$X_{0,YY5} = (10 \dots 100) \cdot X_1$$

Drehstromtransformatoren: Nullsystem (III)

Zweiwicklungstransformator in Stern-Dreieck-Schaltung:



Ausgleichsstrom in der Dreieckswicklung kann sich einstellen, theoretisch keine Zusatzflüsse, in der Praxis doch

Bei Dreischenkelkernen schließen sich diese Flüsse über Ölstrecken

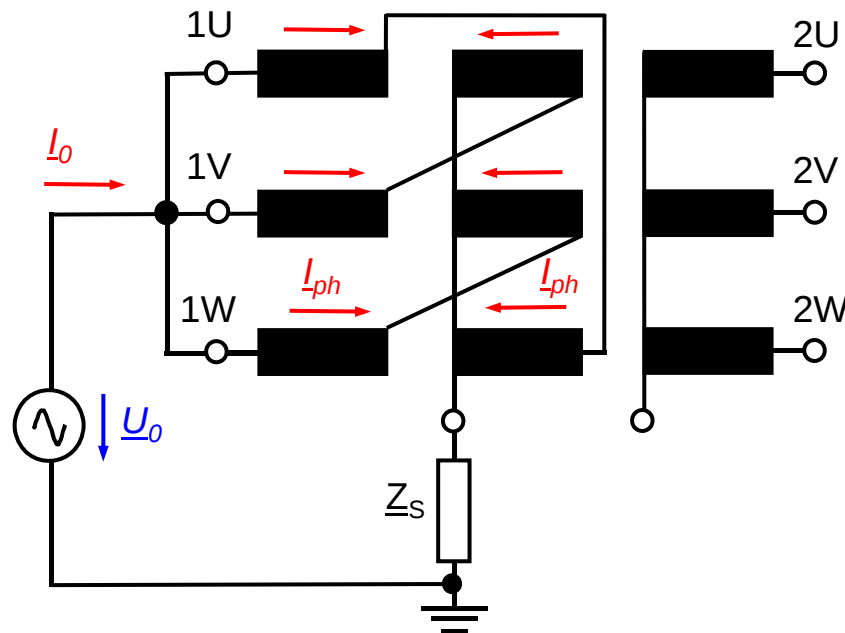
$$X_{0,Y\Delta 3} = (0,7 \dots 1,0) \cdot X_1$$

Bei Fünfschenkelkernen schließen sich diese Flüsse über Rückschlußjoch

$$X_{0,Y\Delta 5} = 1,0 \cdot X_1$$

Drehstromtransformatoren: Nullsystem (IV)

Zweiwicklungstransformator in Stern-Zick-Zack-Schaltung:



Der Strom I_{ph} fließt durch beide Wicklungsteile der ZZ-Wicklung

In den Schenkeln ist die Summendurchflutung $\equiv 0$ (die Ströme I_{ph} fließen in jedem Schenkel gegeneinander)

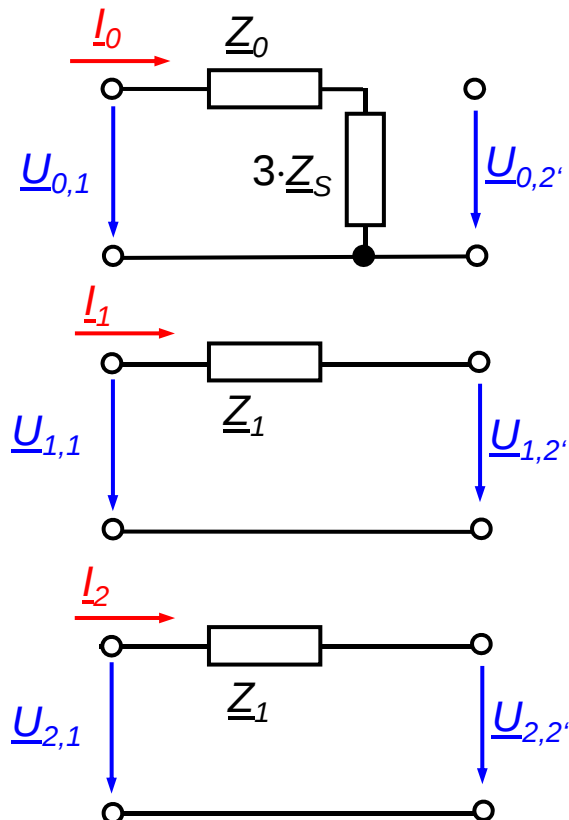
⇒ Keine Zusatzflüsse

⇒ Es wirkt nur die Kurzschlußimpedanz zwischen den beiden Wicklungsteilen

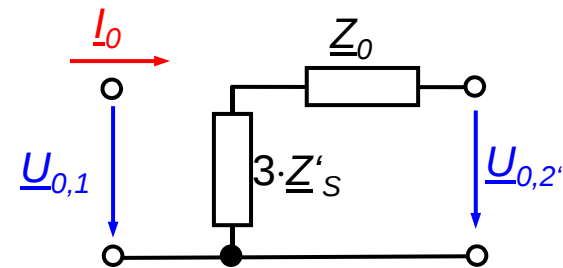
$$X_{0,ZZ} = (0,1 \dots 0,15) \cdot X_1$$

Ersatzschaltung eines Stern-Stern-Transformators in symmetrischen Komponenten

OS-Sternpunkt geerdet



US-Sternpunkt geerdet



Erdungsimpedanz Z_S

' bedeutet auf eine Spannungsebene bezogen,
hier bezogen auf System 1

Dreiwicklungstransformatoren: Mit- und Gegensystem

$$\underline{Z}_{12} = u_{k12} \cdot \frac{U_{N1}^2}{S_{N12}}$$

$$\underline{Z}_{31} = u_{k31} \cdot \frac{U_{N1}^2}{S_{N31}}$$

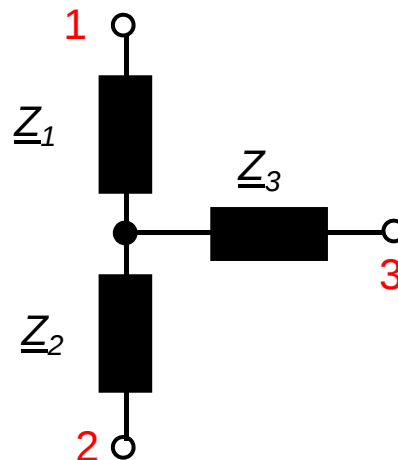
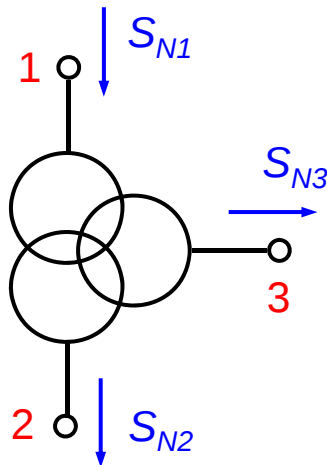
$$\underline{Z}_{23} = u_{k23} \cdot \frac{U_{N1}^2}{S_{N23}}$$

mit $S_{N12} = S_{N2}$

$S_{N31} = S_{N3}$

$S_{N23} = S_{N3}$

und $S_{N1} \geq S_{N2} \geq S_{N3}$



$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} - \underline{Z}_{23})$$

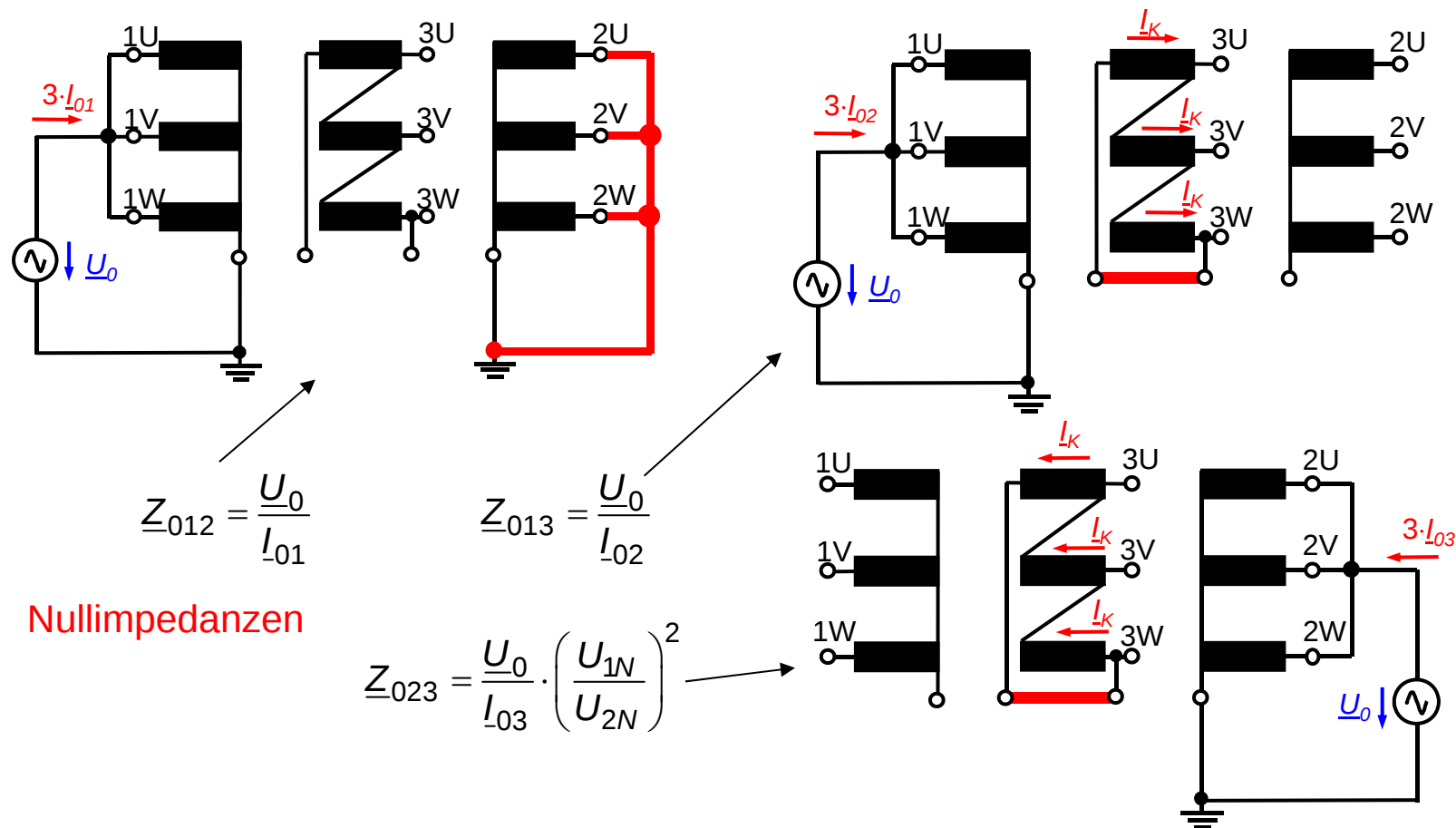
$$\underline{Z}_2 = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{12} - \underline{Z}_{13})$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23} - \underline{Z}_{12})$$

Dreiwicklungstransformatoren: Nullimpedanzen

Dreiwicklungstransformatoren haben stets eine Dreieckwicklung

In der Regel: OS- und US-Wicklung sind Sternwicklungen, US-Wicklung ist Dreieckwicklung



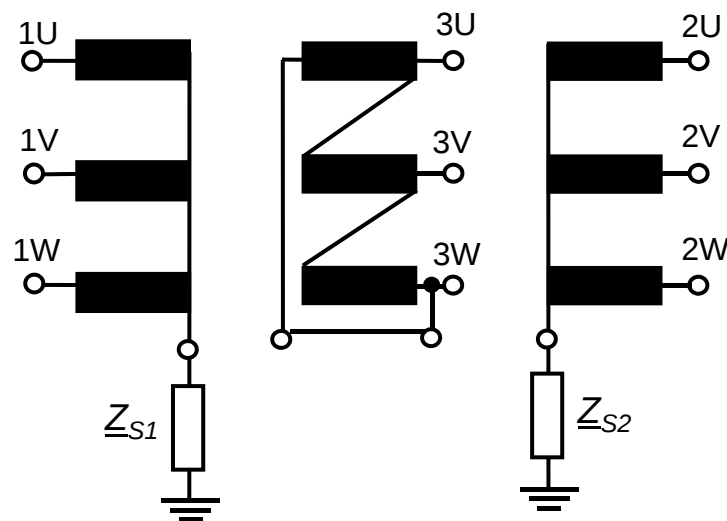
Dreiwicklungstransformatoren: Ersatzschaltbild in symmetrischen Komponenten

$$\underline{Z}_{012} = \frac{U_0}{I_{01}} \quad \underline{Z}_{013} = \frac{U_0}{I_{02}} \quad \underline{Z}_{023} = \frac{U_0}{I_{03}} \cdot \left(\frac{U_{1N}}{U_{2N}} \right)^2$$

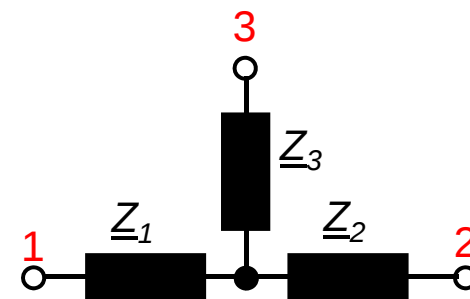
$$\underline{Z}_{01} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{012} + \underline{Z}_{013} - \underline{Z}_{023})$$

$$\underline{Z}_{02} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{023} + \underline{Z}_{012} - \underline{Z}_{013})$$

$$\underline{Z}_{03} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{013} + \underline{Z}_{023} - \underline{Z}_{012})$$

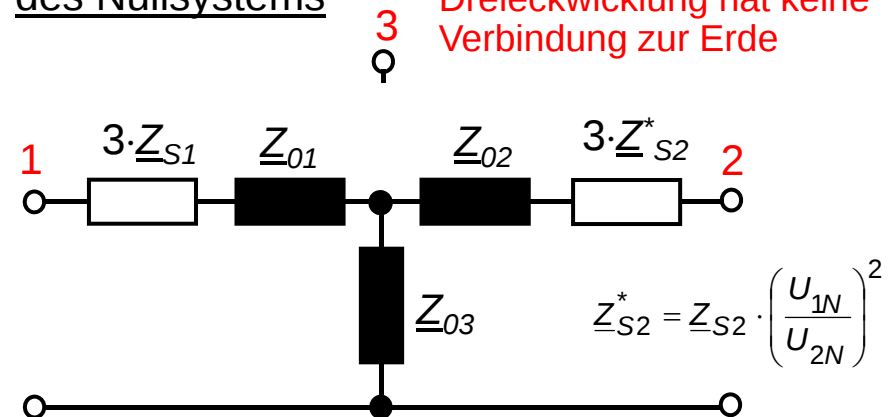


Ersatzschaltungen: des Mit- und Gegensystems

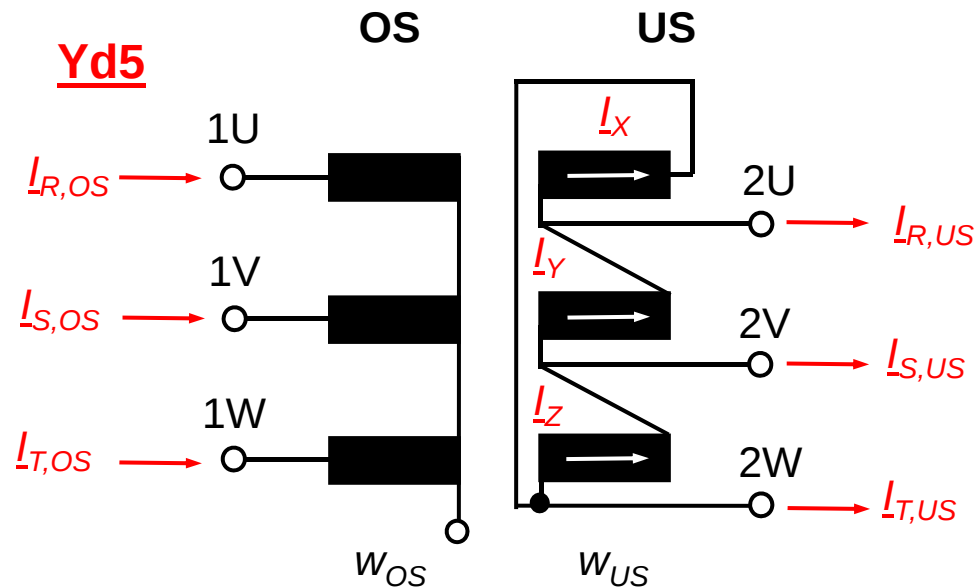


des Nullsystems

Dreieckwicklung hat keine Verbindung zur Erde



Übertragung symmetrischer Komponenten durch Transformatoren (I)



$$I_X = I_Z + I_{T,US}$$

$$I_Z = I_Y + I_{S,US} \quad \text{d.h.}$$

$$I_Y = I_X + I_{R,US}$$

$$I_{T,US} = I_X - I_Z$$

$$I_{S,US} = I_Z - I_Y$$

$$I_{R,US} = I_Y - I_X$$

$$\frac{I_X}{I_{R,OS}} = \frac{W_{OS}}{W_{US}} \quad \frac{I_Y}{I_{S,OS}} = \frac{W_{OS}}{W_{US}} \quad \frac{I_Z}{I_{T,OS}} = \frac{W_{OS}}{W_{US}}$$

$$\begin{pmatrix} I_{R,US} \\ I_{S,US} \\ I_{T,US} \end{pmatrix} = \frac{W_{OS}}{W_{US}} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{R,OS} \\ I_{S,OS} \\ I_{T,OS} \end{pmatrix}$$

$$I_{RST,US} = \underline{\underline{U}}_{RST,Yd5} \cdot I_{RST,OS}$$

mit

folgt

$$I_{012,US} = \left[\underline{\underline{C}}^{-1} \cdot \underline{\underline{U}}_{RST,Yd5} \cdot \underline{\underline{C}} \right] \cdot I_{012,OS}$$

$$= \underline{\underline{U}}_{012,Yd5} \cdot I_{012,OS}$$

Übertragung symmetrischer Komponenten durch Transformatoren (II)

Yd5 $\underline{I}_{RST,US} = \underline{\ddot{U}}_{RST,Yd5} \cdot \underline{I}_{RST,OS}$

$$\underline{I}_{012,US} = \left[\underline{C}^{-1} \cdot \underline{\ddot{U}}_{RST,Yd5} \cdot \underline{C} \right] \cdot \underline{I}_{012,OS} = \underline{\ddot{U}}_{012,Yd5} \cdot \underline{I}_{012,OS}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_{0,US} \\ \underline{I}_{1,US} \\ \underline{I}_{2,US} \end{pmatrix} = \sqrt{3} \cdot \frac{w_{OS}}{w_{US}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j \cdot \underline{a} & 0 \\ 0 & 0 & -j \cdot \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_{0,OS} \\ \underline{I}_{1,OS} \\ \underline{I}_{2,OS} \end{pmatrix}$$

d.h.

$$\underline{I}_{0,US} = 0$$

$$j \cdot \underline{a} = e^{j(90^\circ + 120^\circ)} = e^{j210^\circ} = e^{-j150^\circ}$$

$$-j \cdot \underline{a}^2 = e^{j(90^\circ + 240^\circ + 180^\circ)} = e^{j150^\circ}$$

$$\underline{I}_{1,US} = \sqrt{3} \cdot \frac{w_{OS}}{w_{US}} \cdot e^{-j150^\circ} \cdot \underline{I}_{1,OS} = \underline{\ddot{U}} \cdot e^{-j150^\circ} \cdot \underline{I}_{1,OS} = \underline{\ddot{U}}^* \cdot \underline{I}_{1,OS}$$

$$\underline{I}_{2,US} = \sqrt{3} \cdot \frac{w_{OS}}{w_{US}} \cdot e^{j150^\circ} \cdot \underline{I}_{2,OS} = \underline{\ddot{U}} \cdot e^{j150^\circ} \cdot \underline{I}_{2,OS} = \underline{\ddot{U}} \cdot \underline{I}_{2,OS}$$

**Generell bei Transformatoren,
die keine Nullspannungen und
Nullströme übertragen**

$$\underline{I}_{0,US} = 0$$

$$\underline{I}_{1,US} = \underline{\ddot{U}} \cdot e^{-jk \cdot 30^\circ} \cdot \underline{I}_{1,OS} = \underline{\ddot{U}}^* \cdot \underline{I}_{1,OS}$$

$$\underline{I}_{2,US} = \underline{\ddot{U}} \cdot e^{+jk \cdot 30^\circ} \cdot \underline{I}_{2,OS} = \underline{\ddot{U}} \cdot \underline{I}_{2,OS}$$

Beim Gegensystem steht aufgrund
der entgegengesetzten Drehrichtung
der Zeiger $\underline{\ddot{U}}$ anstatt $\underline{\ddot{U}}^*$

Ströme bei unsymmetrischen Netzkurzschlüssen (I)

Zyklisch symmetrisches Drehstromsystem:

Transformation in ein Mitsystem, ein Gegensystem und ein Nullsystem
führt auf 3 unabhängige Ersatzschaltungen

Gleichungsbilanz:

6 Unbekannte: 3 Spannungen und 3 Ströme an der Fehlerstelle
erfordern 6 Gleichungen

3 Gleichungen: durch die 3 gekoppelten Schaltungen aus Spannungsquellen und
Längs- und Koppelimpedanzen

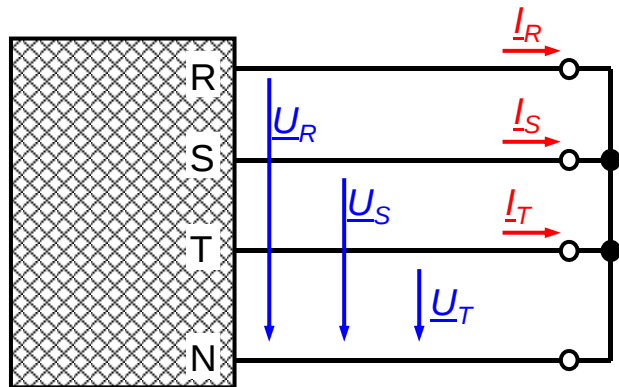
3 Gleichungen: aus den Bedingungen für Spannungen und Ströme an der Fehlerstelle
Beispiel: einpoliger Erdschluß
Spannung des fehlerbehafteten Leiters an der Fehlerstelle = 0: 1 Gleichung
Ströme der nicht fehlerbehafteten Leiter = 0: 2 Gleichungen

Ströme bei unsymmetrischen Netzkurzschlüssen (II)

Vorgehen zur Berechnung der Ströme der unsymmetrischen Fehlern:

1. Gleichungen für die Spannungen und Ströme in symmetrischen Komponenten (012-System) aus den Fehlerbedingungen im RST-System aufstellen
2. Diese Gleichungen können durch (einfache) Schaltverbindungen zwischen den 3 Ersatzschaltungen des betrachteten Netzes in symmetrischen Komponenten erfüllt werden.
3. Daraus resultiert eine Gesamtschaltung in symmetrischen Komponenten
4. Berechnen der Spannungen und Ströme in symmetrischen Komponenten aus dieser Gesamtschaltung
5. Rücktransformation der Spannungen und Ströme im 012-System in das RST-System

3-poliger Kurzschluß mit Erdberührung ohne Fehlerimpedanzen



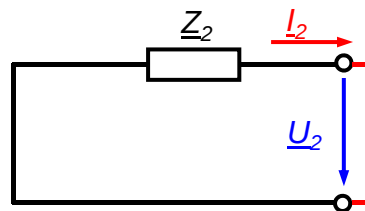
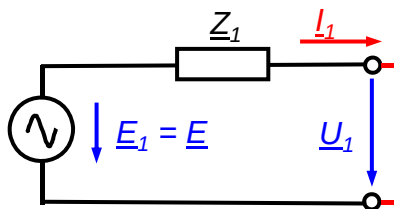
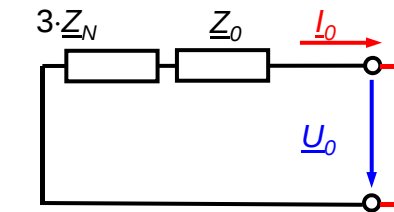
Fehlerbedingungen: $\underline{U}_R = \underline{U}_S = \underline{U}_T = 0$

Ersatzschaltung des Netzes in symmetrischen Komponenten mit unterschiedlichen Impedanzen $\underline{Z}_0$, $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$, um auch Synchrongeneratoren berücksichtigen zu können.

Forderung aus obiger Fehlerbedingung:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

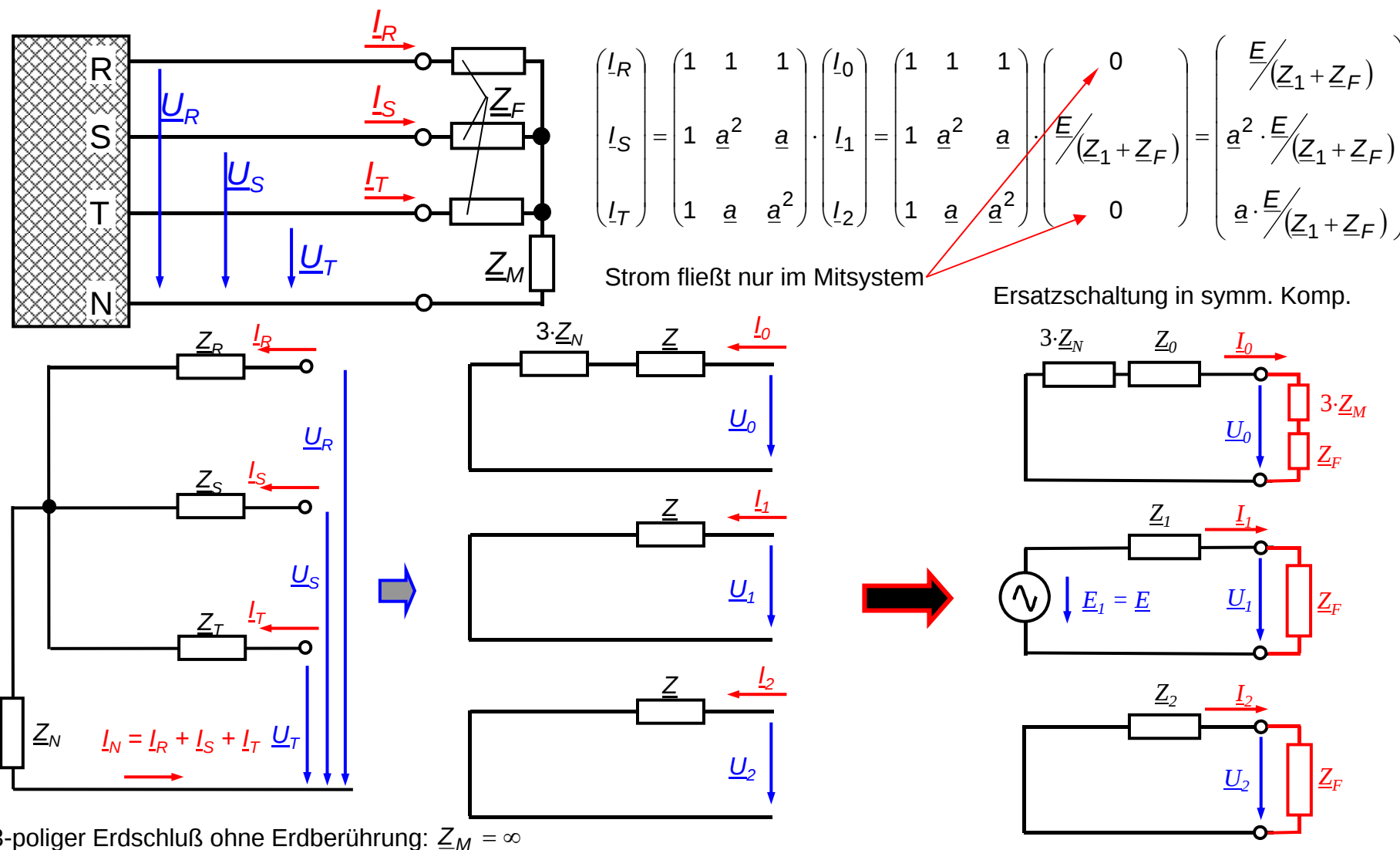
Erfüllbar durch Kurzschlüsse bei den 3 Schaltungen.



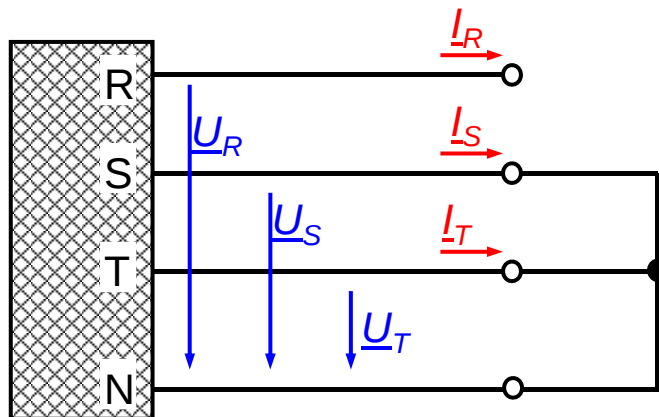
Strom fließt nur im Mitsystem

$$\begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{E}/\underline{Z}_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}/\underline{Z}_1 \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{E}/\underline{Z}_1 \\ \underline{a} \cdot \underline{E}/\underline{Z}_1 \end{pmatrix}$$

3-poliger Kurzschluß mit Fehlerimpedanzen



2-poliger Kurzschluß ohne Fehlerimpedanzen



Fehlerbedingungen:

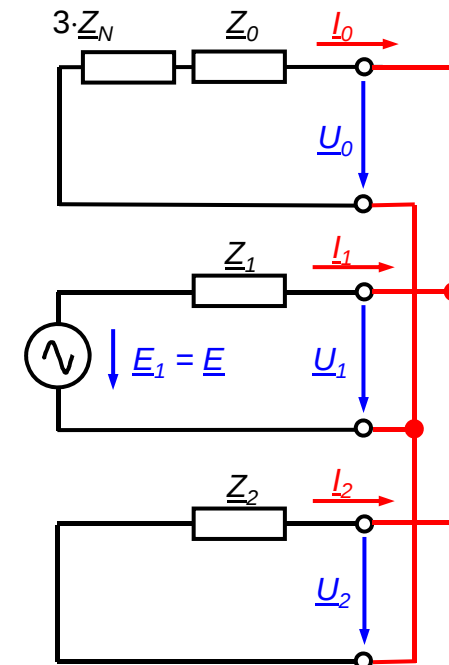
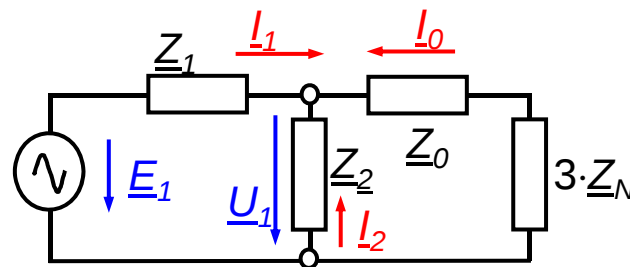
$$\underline{U}_S = 0 \quad \underline{U}_T = 0 \quad \underline{I}_R = 0$$

Für die Spannungen gilt:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_R \\ \underline{U}_R \end{pmatrix}$$

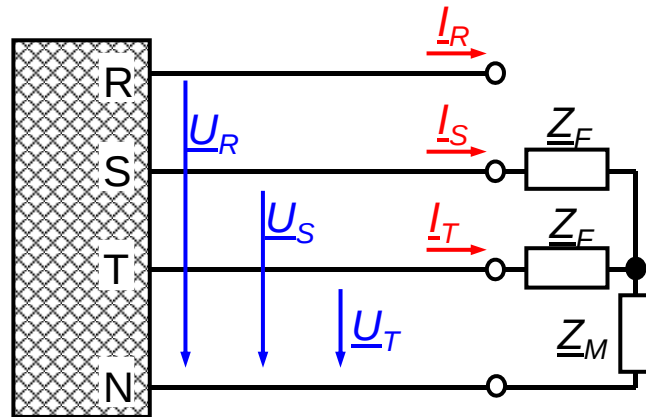
Für die Ströme gilt:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0$$



Daraus Spannungen und Ströme im 012-System berechnen und ins RST-System zurücktransformieren

2-poliger Kurzschluß mit Fehlerimpedanzen (I)



Fehlerbedingungen:

$$\underline{U}_S = \underline{Z}_F \cdot \underline{I}_S + \underline{Z}_M (\underline{I}_S + \underline{I}_T)$$

$$\underline{U}_T = \underline{Z}_F \cdot \underline{I}_T + \underline{Z}_M (\underline{I}_S + \underline{I}_T)$$

$$\underline{I}_R = 0$$

Aus der Transformationsgleichung:

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix}$$

folgt für die Ströme:

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \underline{I}_S + \underline{I}_T \\ \underline{a} \cdot \underline{I}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_T \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_S + \underline{a} \cdot \underline{I}_T \end{pmatrix}$$

$$\underline{I}_0 = \frac{1}{3} (\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T)$$

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3} (\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T)$$

$$= \frac{1}{3} \underline{U}_R + \frac{1}{3} \underline{Z}_F \underline{I}_S + \frac{1}{3} \underline{Z}_M (\underline{I}_S + \underline{I}_T) + \frac{1}{3} \underline{Z}_F \underline{I}_T + \frac{1}{3} \underline{Z}_M (\underline{I}_S + \underline{I}_T)$$

$$= \frac{1}{3} \underline{U}_R + \frac{1}{3} (\underline{Z}_F + 2 \cdot \underline{Z}_M) (\underline{I}_S + \underline{I}_T) = \frac{1}{3} \underline{U}_R + (\underline{Z}_F + 2 \cdot \underline{Z}_M) \underline{I}_0$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} \underline{U}_R + \underline{Z}_F \underline{I}_1 - \underline{Z}_M \underline{I}_0$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} \underline{U}_R + \underline{Z}_F \underline{I}_2 - \underline{Z}_M \underline{I}_0$$

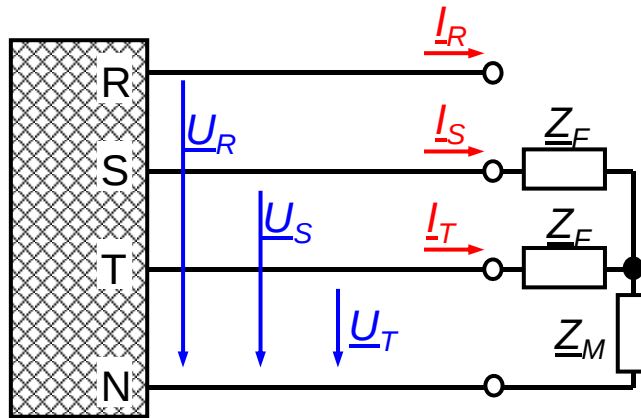


$$\underline{U}_0 - (\underline{Z}_F + 2 \cdot \underline{Z}_M) \cdot \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \underline{U}_R$$

$$\underline{U}_1 - \underline{Z}_F \underline{I}_1 + \underline{Z}_M \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \underline{U}_R$$

$$\underline{U}_2 - \underline{Z}_F \underline{I}_2 + \underline{Z}_M \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \underline{U}_R$$

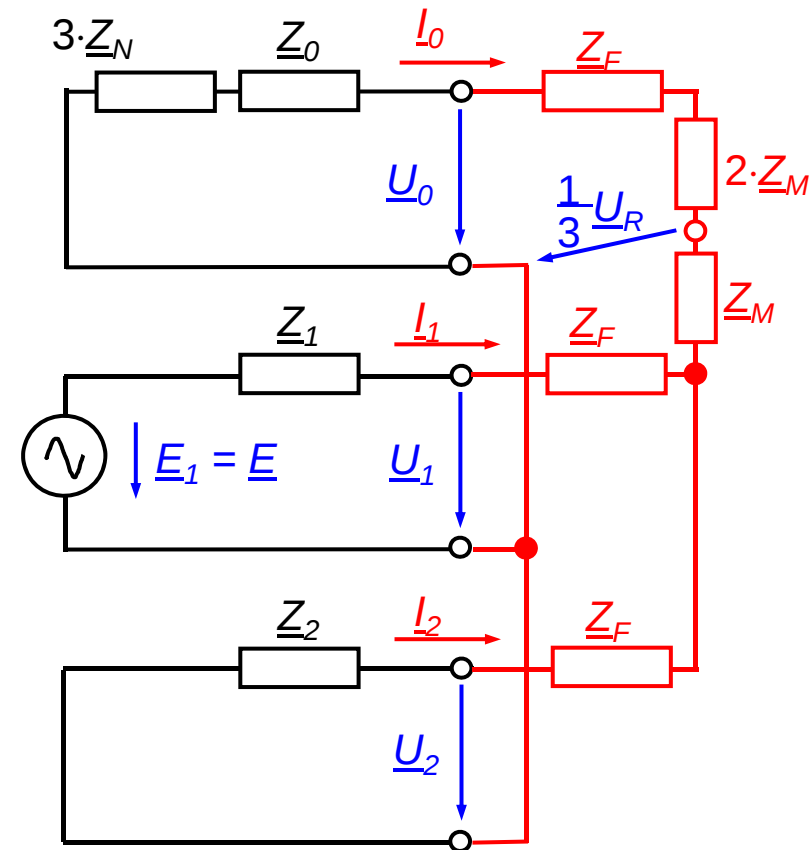
2-poliger Kurzschluß mit Fehlerimpedanzen (II)



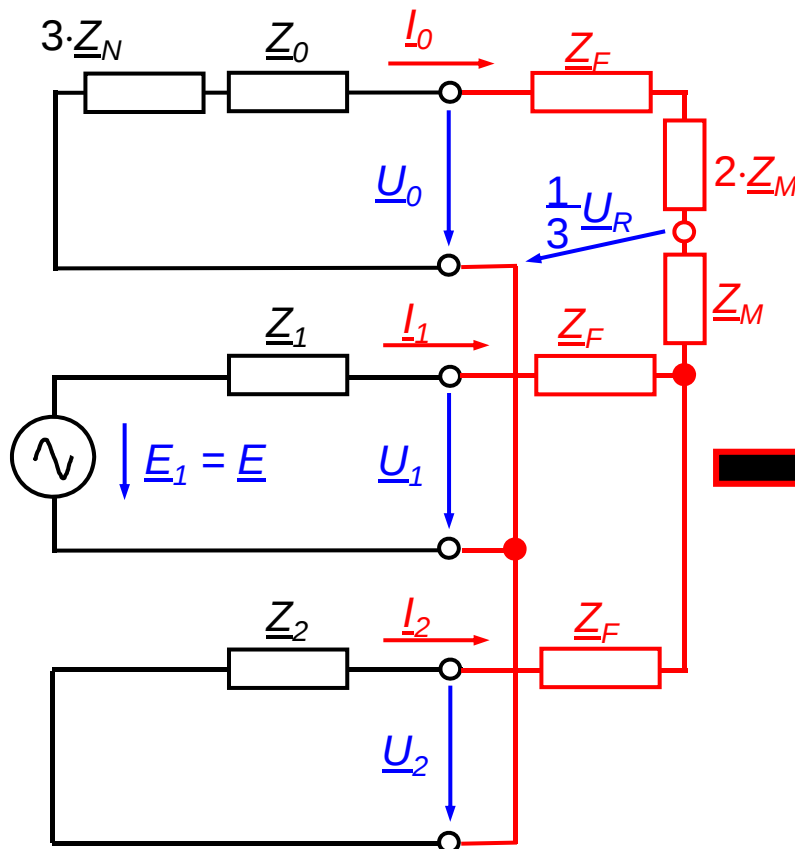
$$\underline{U}_0 - (\underline{Z}_F + 2 \cdot \underline{Z}_M) \cdot \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \underline{U}_R$$

$$\underline{U}_1 - \underline{Z}_F \underline{I}_1 + \underline{Z}_M \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \underline{U}_R$$

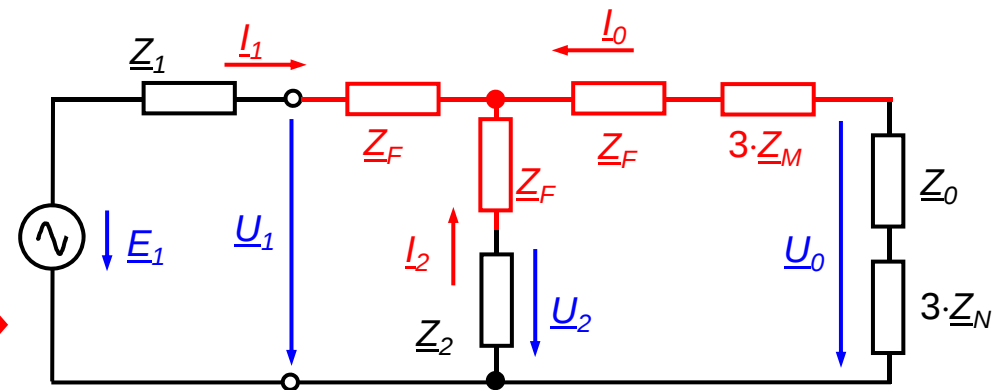
$$\underline{U}_2 - \underline{Z}_F \underline{I}_2 + \underline{Z}_M \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \underline{U}_R$$



2-poliger Kurzschluß mit Fehlerimpedanzen (III)

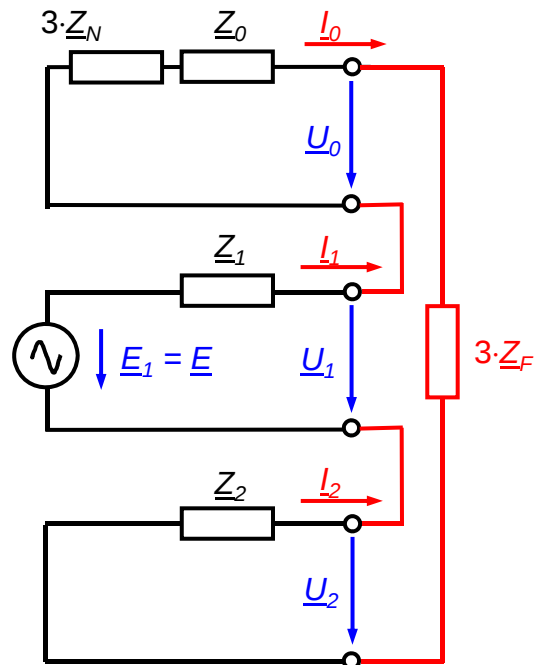
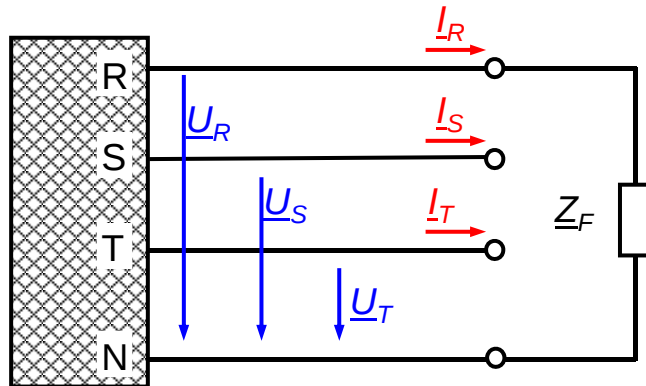


Etwas umgezeichnet:



- $Z_M \rightarrow \infty$: 2-poliger KS ohne Erdberührung
- $Z_M \rightarrow 0$: 2-poliger KS mit Erdberührung
- Ströme und Spannungen in symmetrischen Komponenten berechnen
- Ströme und Spannungen des 012-Systems in das RST-System zurücktransformieren

1-poliger Kurzschluß mit Fehlerimpedanzen



Fehlerbedingungen: $I_S = I_T = 0$

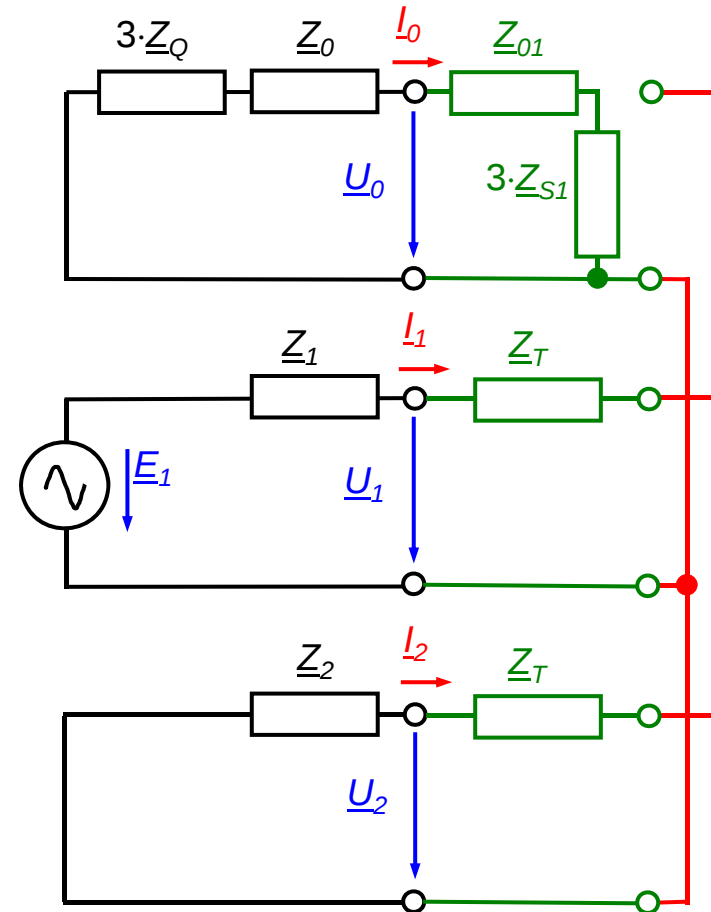
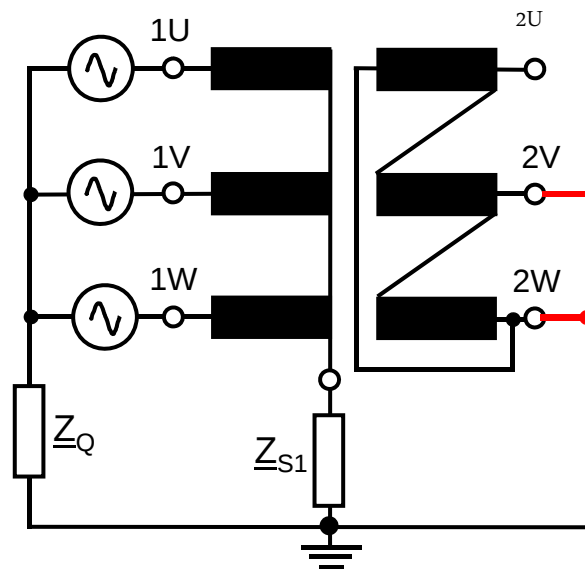
$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\underline{U}_R}{\underline{Z}_F} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{U}_R / 3\underline{Z}_F \\ \underline{U}_R / 3\underline{Z}_F \\ \underline{U}_R / 3\underline{Z}_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_R / 3 \\ I_R / 3 \\ I_R / 3 \end{pmatrix}, \text{ d.h. } I_0 = I_1 = I_2$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{Z}_F I_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \underline{Z}_F I_R + (\underline{U}_S + \underline{U}_T) \\ \underline{Z}_F I_R + (\underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T) \\ \underline{Z}_F I_R + (\underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 &= \frac{1}{3} [\underline{Z}_F I_R + (\underline{U}_S + \underline{U}_T)] \\ &\quad + \frac{1}{3} [\underline{Z}_F I_R + (\underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T)] \\ &\quad + \frac{1}{3} [\underline{Z}_F I_R + (\underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T)] \\ &= \underline{Z}_F I_R = \underline{Z}_F \cdot (3I_0) = \underline{Z}_F \cdot (3I_1) = \underline{Z}_F \cdot (3I_2) \end{aligned}$$

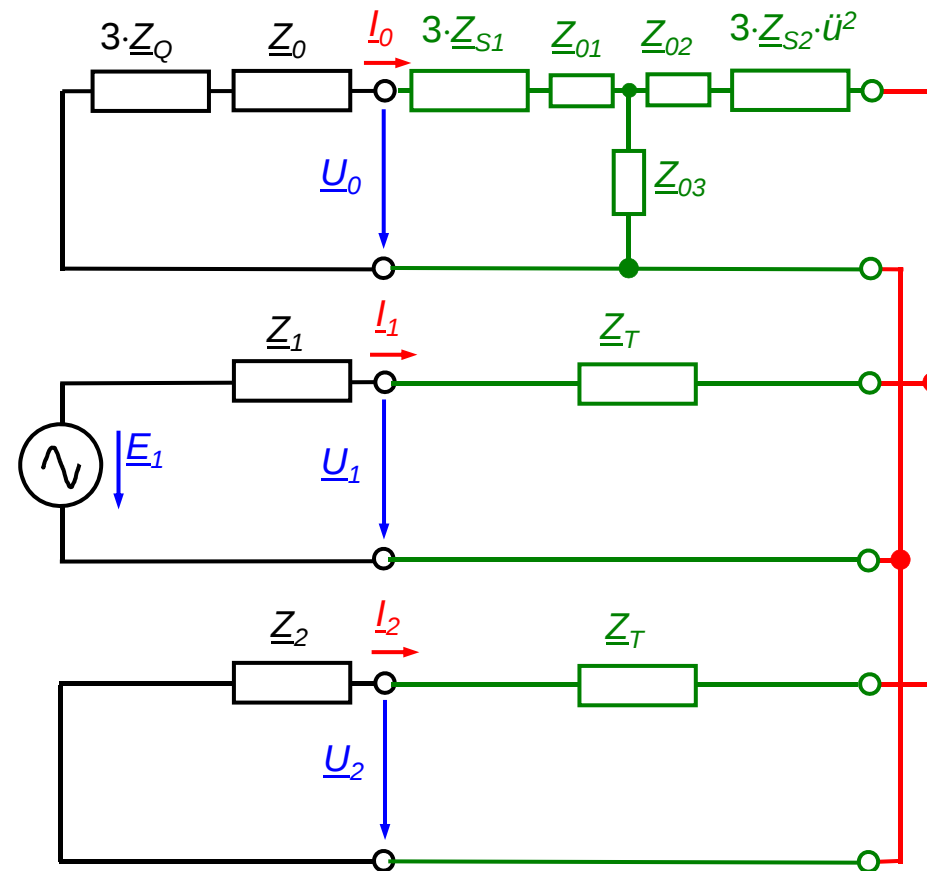
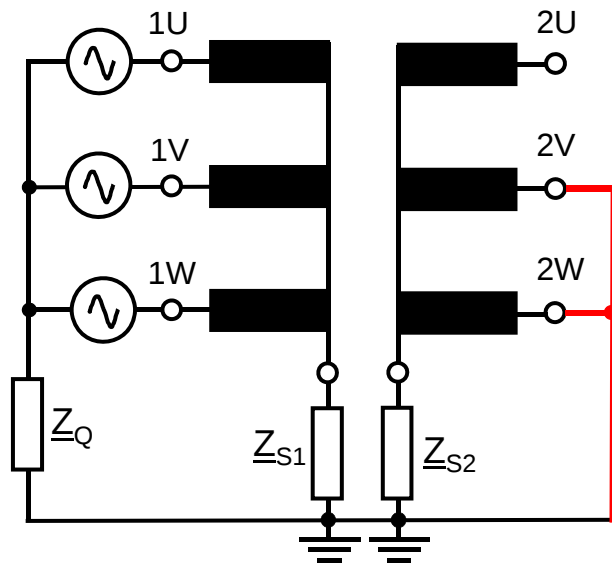
2-poliger Kurzschluß an der Unterspannungsseite eines Transformators

Stern-Dreieck-Transformator

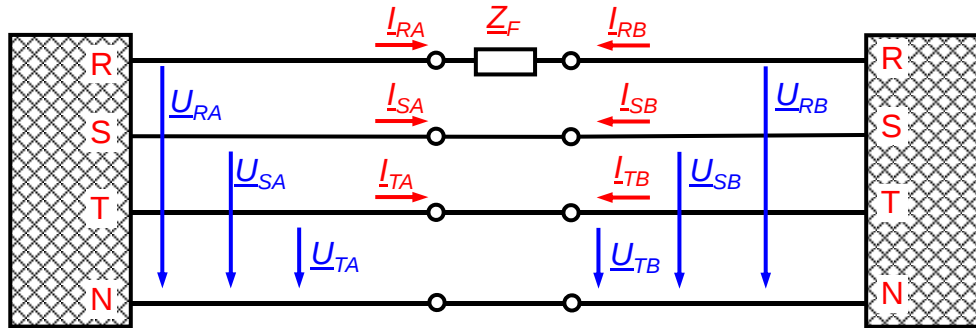


2-poliger Kurzschluß an der Unterspannungsseite eines Transformators

Stern-Stern-Transformator



1-poliger Längsfehler und 1-polige Leitungsunterbrechung



Spannungen und Ströme im RST-System:

$$\underline{I}_{RA} = -\underline{I}_{RB} = \underline{I}_R \quad \underline{U}_{RA} - \underline{U}_{RB} = \underline{I}_R \cdot \underline{Z}_F$$

$$\underline{I}_{SA} = -\underline{I}_{SB} = \underline{I}_S \quad \underline{U}_{SA} = \underline{U}_{SB} = \underline{U}_S$$

$$\underline{I}_{TA} = -\underline{I}_{TB} = \underline{I}_T \quad \underline{U}_{TA} = \underline{U}_{TB} = \underline{U}_T$$

formale Anwendung der Transformation der Spannungen in symmetrische Komponenten

$$\underline{U}_{0A} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{U}_{RA} + \underline{U}_S + \underline{U}_T]$$

$$\underline{U}_{0B} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{U}_{RB} + \underline{U}_S + \underline{U}_T]$$

$$\underline{U}_{0A} - \underline{U}_{0B} = \underline{U}_{1A} - \underline{U}_{1B} = \underline{U}_{2A} - \underline{U}_{2B}$$

$$\underline{U}_{1A} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{U}_{RA} + \underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T]$$

$$\underline{U}_{1B} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{U}_{RB} + \underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{RA} - \underline{U}_{RB})$$

$$\underline{U}_{2A} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{U}_{RA} + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T]$$

$$\underline{U}_{2B} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{U}_{RB} + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \underline{I}_R \cdot \underline{Z}_F$$

formale Anwendung der Transformation der Ströme in symmetrische Komponenten

$$\underline{I}_{0A} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T]$$

$$\underline{I}_{0B} = -\frac{1}{3} \cdot [\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T]$$

$$\underline{I}_{0A} + \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{2A} = \underline{I}_R$$

$$\underline{I}_{1A} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{I}_R + \underline{a} \cdot \underline{I}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_T]$$

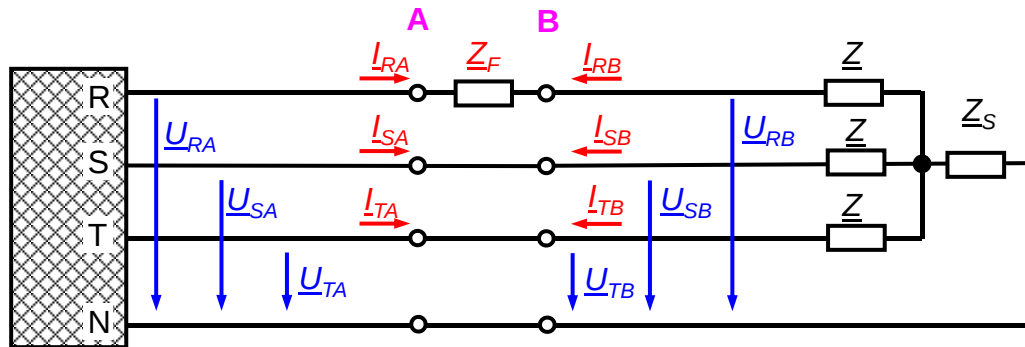
$$\underline{I}_{1B} = -\frac{1}{3} \cdot [\underline{I}_R + \underline{a} \cdot \underline{I}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_T]$$

$$\underline{I}_{0B} + \underline{I}_{1B} + \underline{I}_{2B} = -\underline{I}_R$$

$$\underline{I}_{2A} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{I}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_S + \underline{a} \cdot \underline{I}_T]$$

$$\underline{I}_{2B} = -\frac{1}{3} \cdot [\underline{I}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_S + \underline{a} \cdot \underline{I}_T]$$

1-poliger Längsfehler und 1-polige Leitungsunterbrechung



Bedingungen in symm. Komponenten:

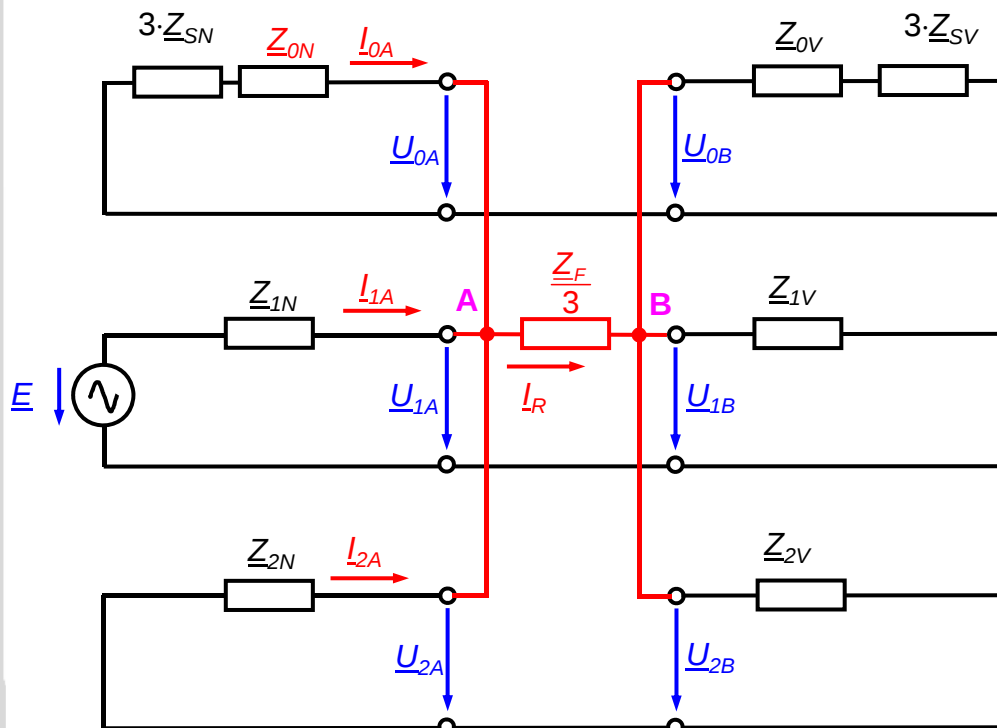
$$\underline{U}_{0A} - \underline{U}_{0B} = \underline{U}_{1A} - \underline{U}_{1B} = \underline{U}_{2A} - \underline{U}_{2B}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{RA} - \underline{U}_{RB})$$

$$\underline{I}_{0A} + \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{2A} = \underline{I}_R$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \underline{I}_R \cdot \underline{Z}_F$$

$$\underline{I}_{0B} + \underline{I}_{1B} + \underline{I}_{2B} = -\underline{I}_R$$



N: Netz

V: Verbraucher

Ersatzimpedanz

$$\underline{Z}_{A-B} = \frac{\underline{Z}_F}{3} \parallel (\underline{Z}_{2N} + \underline{Z}_{2V}) \parallel (\underline{Z}_{0N} + 3\underline{Z}_{SN} + \underline{Z}_{0V} + 3\underline{Z}_{SV})$$

$$\underline{I}_{1A} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{1N} + \underline{Z}_{A-B} + \underline{Z}_{1V}}$$

$$\underline{U}_{1A} = \underline{E} - \underline{Z}_{1N} \cdot \underline{I}_{1A}$$

$$= \underline{E} \cdot \left(1 - \frac{\underline{Z}_{1N}}{\underline{Z}_{1N} + \underline{Z}_{A-B} + \underline{Z}_{1V}} \right)$$

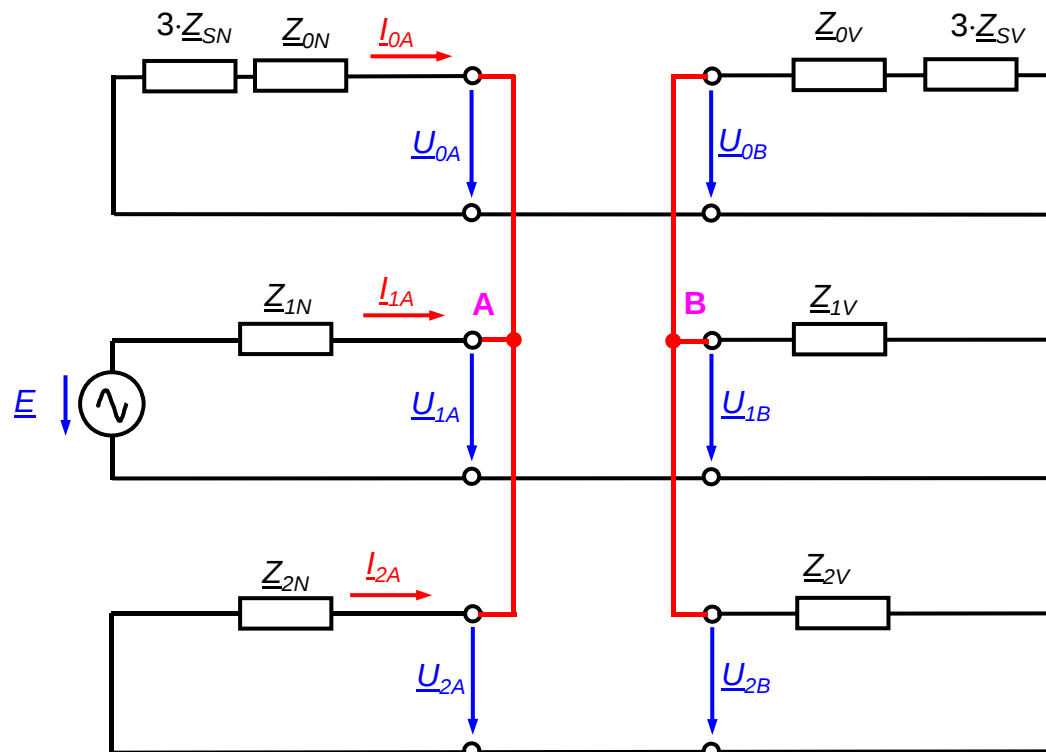
$$\underline{I}_{0A} = \frac{\underline{Z}_{A-B}}{\underline{Z}_{0N} + 3\underline{Z}_{SN} + \underline{Z}_{0V} + 3\underline{Z}_{SV}} \cdot \underline{I}_{1A}$$

$$\underline{U}_{0A} = -(\underline{Z}_{0N} + 3\underline{Z}_{SN}) \cdot \underline{I}_{0A}$$

$$\underline{I}_{2A} = \frac{\underline{Z}_{A-B}}{\underline{Z}_{2N} + \underline{Z}_{2V}} \cdot \underline{I}_{1A}$$

$$\underline{U}_{2A} = -(\underline{Z}_{2N}) \cdot \underline{I}_{2A}$$

1-poliger Längsfehler und 1-polige Leitungsunterbrechung



N: Netz

V: Verbraucher

Spezialfall Leitungsunterbrechung:

(Fehlerimpedanz $Z_F \rightarrow \infty$)

$$I_{RA} = -I_{RB} = I_R = 0 \quad U_{RA} - U_{RB} = I_R \cdot Z_F$$

$$I_{SA} = -I_{SB} = I_S \quad U_{SA} = U_{SB} = U_S$$

$$I_{TA} = -I_{TB} = I_T \quad U_{TA} = U_{TB} = U_T$$

$$U_{0A} - U_{0B} = U_{1A} - U_{1B} = U_{2A} - U_{2B} = \frac{1}{3} \cdot (U_{RA} - U_{RB})$$

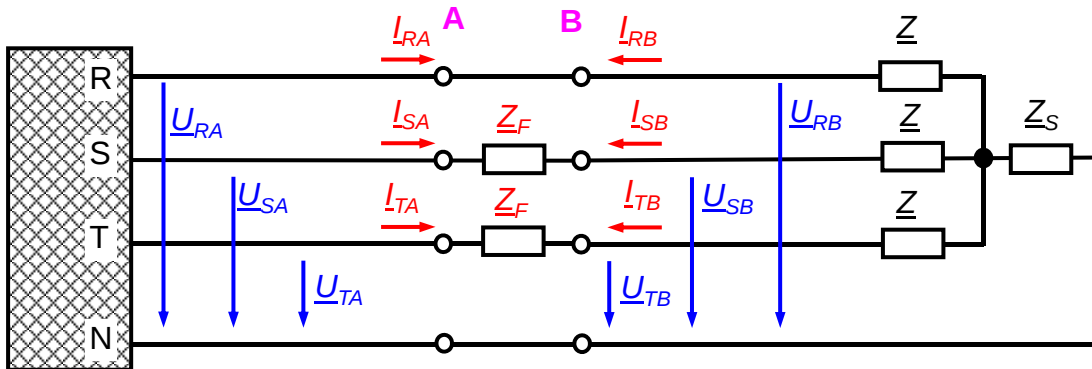
$$I_{0A} + I_{1A} + I_{2A} = 0$$

$$I_{0B} + I_{1B} + I_{2B} = 0$$

Ersatzimpedanz

$$Z_{A-B} = (Z_{2N} + Z_{2V}) \parallel (Z_{0N} + 3Z_{SN} + Z_{0V} + 3Z_{SV})$$

2-poliger Längsfehler und 2-polige Leitungsunterbrechung



Spannungen und Ströme im RST-System:

$$I_R = I_{RA} = -I_{RB}$$

$$U_{RA} = U_{RB} = U_R$$

$$I_S = \frac{U_{SA} - U_{SB}}{Z_F} = I_{SA} = -I_{SB}$$

$$I_T = \frac{U_{TA} - U_{TB}}{Z_F} = I_{TA} = -I_{TB}$$

formale Anwendung der Transformation der Spannungen in symmetrische Komponenten

$$U_{0A} = \frac{1}{3} \cdot [U_R + U_{SA} + U_{TA}]$$

$$U_{0B} = \frac{1}{3} \cdot [U_R + U_{SB} + U_{TB}]$$

$$U_{1A} = \frac{1}{3} \cdot [U_R + a \cdot U_{SA} + a^2 \cdot U_{TA}]$$

$$U_{1B} = \frac{1}{3} \cdot [U_R + a \cdot U_{SB} + a^2 \cdot U_{TB}]$$

$$U_{2A} = \frac{1}{3} \cdot [U_R + a^2 \cdot U_{SA} + a \cdot U_{TA}]$$

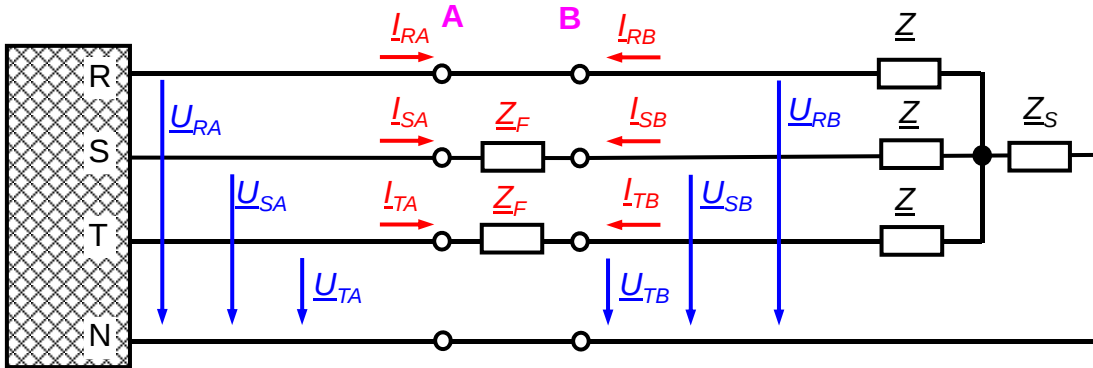
$$U_{2B} = \frac{1}{3} \cdot [U_R + a^2 \cdot U_{SB} + a \cdot U_{TB}]$$

$$U_{0A} - U_{0B} = \frac{1}{3} \cdot [(U_{SA} - U_{SB}) + (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$U_{1A} - U_{1B} = \frac{1}{3} \cdot [a \cdot (U_{SA} - U_{SB}) + a^2 \cdot (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$U_{2A} - U_{2B} = \frac{1}{3} \cdot [a^2 \cdot (U_{SA} - U_{SB}) + a \cdot (U_{TA} - U_{TB})]$$

2-poliger Längsfehler und 2-polige Leitungsunterbrechung



Spannungen und Ströme im RST-System:

$$I_R = I_{RA} = -I_{RB}$$

$$U_{RA} = U_{RB} = U_R$$

$$I_S = \frac{U_{SA} - U_{SB}}{Z_F} = I_{SA} = -I_{SB}$$

$$I_T = \frac{U_{TA} - U_{TB}}{Z_F} = I_{TA} = -I_{TB}$$

formale Anwendung der Transformation der Ströme in symmetrische Komponenten

$$I_{0A} = \frac{1}{3} \cdot [I_R + I_S + I_T] = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{3Z_F} \cdot [(U_{SA} - U_{SB}) + (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$I_{1A} = \frac{1}{3} \cdot [I_R + \underline{a} \cdot I_S + \underline{a}^2 \cdot I_T] = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{3Z_F} \cdot [\underline{a} \cdot (U_{SA} - U_{SB}) + \underline{a}^2 \cdot (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$I_{2A} = \frac{1}{3} \cdot [I_R + \underline{a}^2 \cdot I_S + \underline{a} \cdot I_T] = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{3Z_F} \cdot [\underline{a}^2 \cdot (U_{SA} - U_{SB}) + \underline{a} \cdot (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$I_{0A} = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{0A} - U_{0B}]$$

$$I_{1A} = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{1A} - U_{1B}]$$

$$I_{2A} = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{2A} - U_{2B}]$$

$$U_{0A} - U_{0B} = \frac{1}{3} \cdot [(U_{SA} - U_{SB}) + (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$U_{1A} - U_{1B} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{a} \cdot (U_{SA} - U_{SB}) + \underline{a}^2 \cdot (U_{TA} - U_{TB})]$$

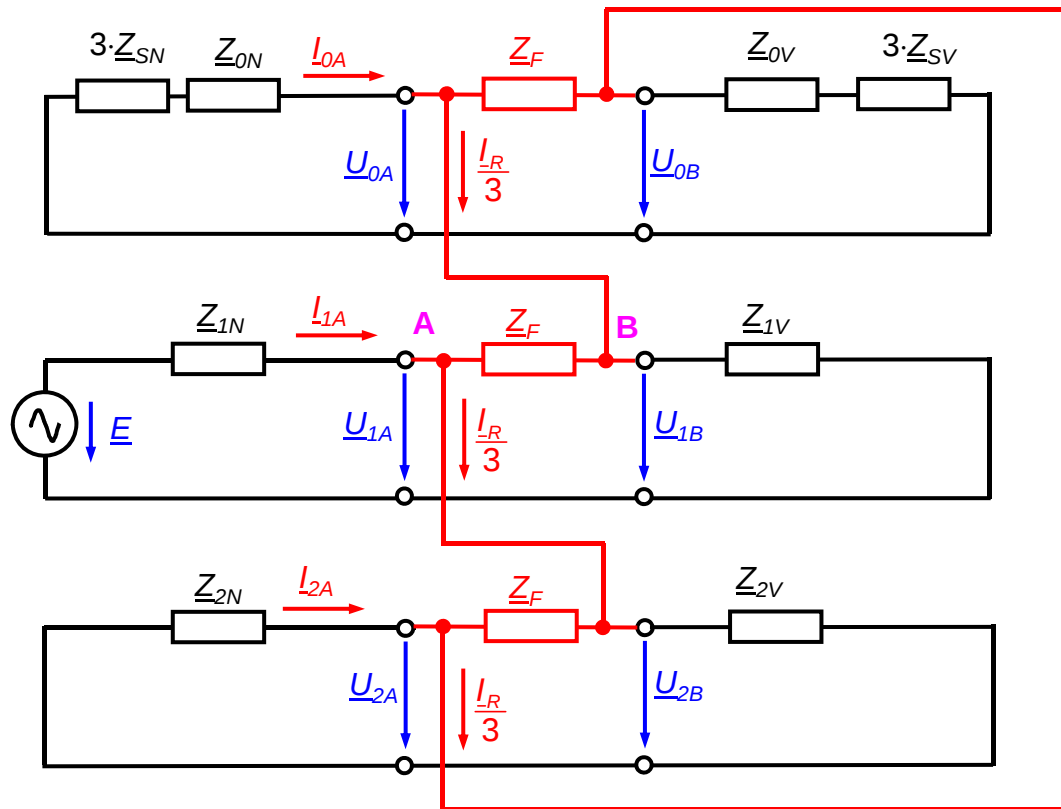
$$U_{2A} - U_{2B} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{a}^2 \cdot (U_{SA} - U_{SB}) + \underline{a} \cdot (U_{TA} - U_{TB})]$$

$$I_{0B} = -\left(\frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{0A} - U_{0B}]\right)$$

$$I_{1B} = -\left(\frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{1A} - U_{1B}]\right)$$

$$I_{2B} = -\left(\frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{2A} - U_{2B}]\right)$$

2-poliger Längsfehler und 2-polige Leitungsunterbrechung



Bedingungen in symm. Komponenten:

$$I_{0A} = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{0A} - U_{0B}]$$

$$I_{1A} = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{1A} - U_{1B}]$$

$$I_{2A} = \frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{2A} - U_{2B}]$$

$$I_{0B} = -\left(\frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{0A} - U_{0B}] \right)$$

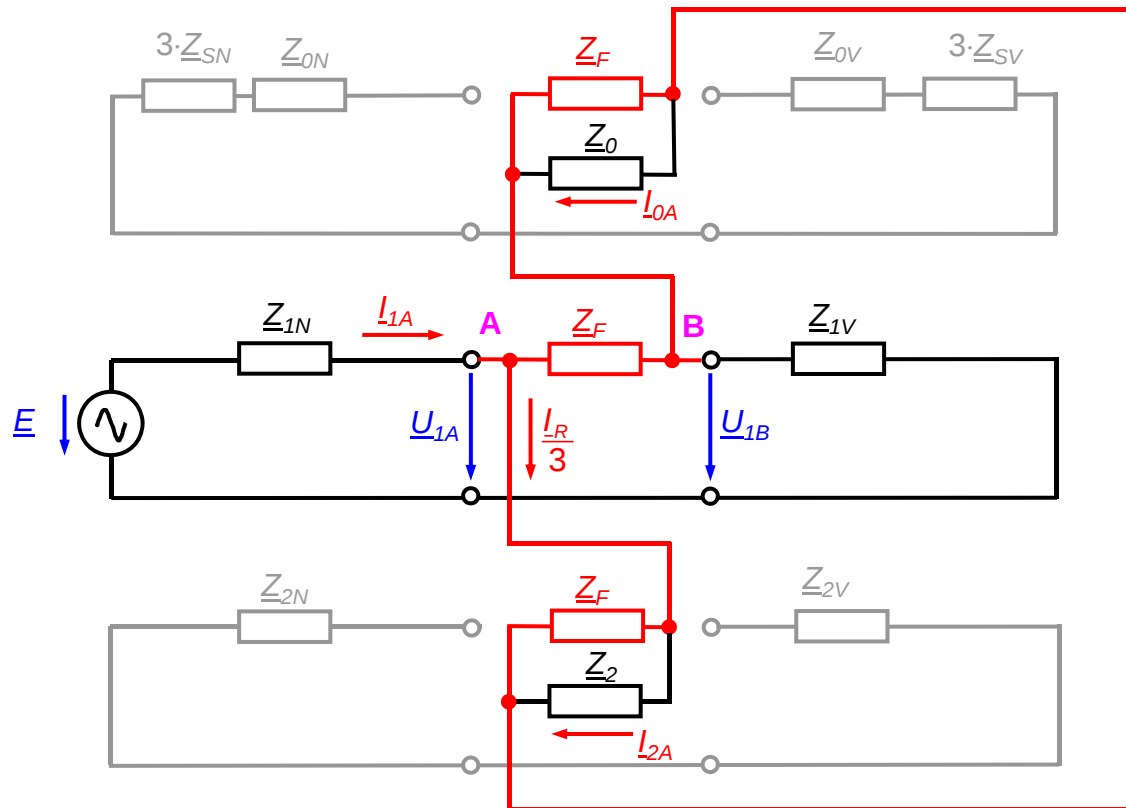
$$I_{1B} = -\left(\frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{1A} - U_{1B}] \right)$$

$$I_{2B} = -\left(\frac{1}{3} \cdot I_R + \frac{1}{Z_F} \cdot [U_{2A} - U_{2B}] \right)$$

Berechnung des Netzwerkes durch
Definition von Ersatzimpedanzen:

$$Z_0 = Z_{0N} + 3Z_{SN} + Z_{0V} + 3Z_{SV} \quad Z_2 = Z_{2N} + Z_{2V}$$

2-poliger Längsfehler und 2-polige Leitungsunterbrechung



Ersatzimpedanzen des Nullsystems und des Gegensystems:

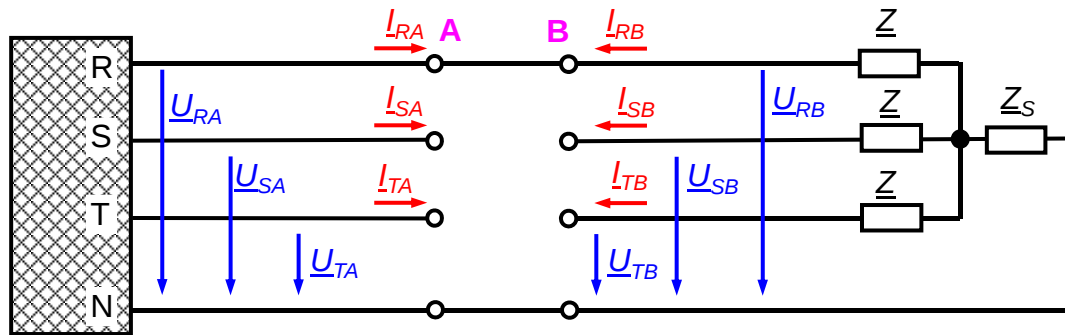
$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{0N} + 3\underline{Z}_{SN} + \underline{Z}_{0V} + 3\underline{Z}_{SV}$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2N} + \underline{Z}_{2V}$$

Ersatzimpedanzen zwischen den Punkten A und B:

$$\underline{Z}_{A-B} = \underline{Z}_F \parallel [(\underline{Z}_F \parallel \underline{Z}_0) + (\underline{Z}_F \parallel \underline{Z}_2)]$$

2-poliger Längsfehler und 2-polige Leitungsunterbrechung



Spezialfall Leitungsunterbrechung:

(Fehlerimpedanz $Z_F \rightarrow \infty$)

$$I_R = I_{RA} = -I_{RB}$$

$$U_{RA} = U_{RB} = U_R$$

$$I_S = 0 = I_{SA} = -I_{SB}$$

$$I_T = 0 = I_{TA} = -I_{TB}$$

$$I_{0A} = \frac{1}{3} \cdot [I_R + I_S + I_T] = \frac{1}{3} \cdot I_R$$

$$I_{1A} = \frac{1}{3} \cdot [I_R + \underline{a} \cdot I_S + \underline{a}^2 \cdot I_T] = \frac{1}{3} \cdot I_R$$

$$I_{2A} = \frac{1}{3} \cdot [I_R + \underline{a}^2 \cdot I_S + \underline{a} \cdot I_T] = \frac{1}{3} \cdot I_R$$

$$I_{0B} = -\frac{1}{3} \cdot I_R$$

$$I_{1B} = -\frac{1}{3} \cdot I_R$$

$$I_{2B} = -\frac{1}{3} \cdot I_R$$

